

# МАШИНОСТРОЕНИЕ И МАШИНОВЕДЕНИЕ

УДК: 621.83

**П. Д. БАЛАКИН  
А. А. ДЕГТЯРЕВ  
С. Н. КАРБАИНОВА**

Омский государственный  
технический университет

Омский государственный  
аграрный университет

## ГЕОМЕТРО-КИНЕМАТИЧЕСКИЕ И СИЛОВЫЕ СООТНОШЕНИЯ В СВЯЗЯХ УГОЛКОВОЙ ПЕРЕДАЧИ

**Проведен геометро-кинематический и силовой анализ взаимодействия активных поверхностей уголковой передачи, показаны следствия ее структурного несовершенства. Предложено техническое решение объемной гидромашины с постоянной и регулируемой производительностью, кинематическая схема которой построена на базе уголковой передачи.**

Уголковая передача, получившая свое название благодаря конфигурации промежуточных звеньев, кинематически связывающих два вала с пересекающимися осями без преобразования параметров движения, известна давно, включена в справочную литературу по механизмам, например в [1], однако она не получила широкого применения в технике из-за очевидных недостатков схемы.

С позиций структуры такая передача содержит повторяющиеся связи по количеству промежуточных звеньев (уголков), следовательно, имеет место неопределенность распределения между ними долей передаваемого передачой силового потока. Структурное несовершенство подобной схемы подробно изучено и показано, в частности, в [2].

Кроме того, силовые двухподвижные связи проме-

жуточных тел 3 с фланцами 1 и 2 (рис. 1б), нагружены основным силовым потоком и имеют значительное неустранимое скольжение активных поверхностей, что непосредственно снижает механический КПД и, как следствие, ресурс передачи. По этим критериям уголковая передача неконкурентна карданной передаче и передаче гибким валом.

Количественно определить параметры относительного скольжения активных поверхностей удобно на базе разложения движения на составляющие, при этом абсолютное движение промежуточных звеньев (уголков) является поступательным. Каждая точка уголка движется по плоской траектории, расположенной в сечении зоны движения уголков плоскостью, делящей угол  $\beta$  пересечения осей основных звеньев 1 и 2 пополам.

В относительном вращательном движении скорость скольжения  $V_{окр}$  будет равна  $V_{окр} = \omega d/2$ , где  $\omega$  - угловая скорость вращения основных звеньев, а  $d$  - диаметр базовой активной цилиндрической поверхности уголка. В относительном поступательном движении уголков по базовым поверхностям фланцев 1 и 2 скорость скольжения  $V_{ос}$  будет переменной, знакопеременной, определяемой зависимостью вида:

$$V_{ос} = \frac{A}{2} \omega \cdot \operatorname{tg} \beta / 2 \cdot \sin \varphi, \quad (2)$$

где  $A$  - диаметр условного цилиндра расположения осей уголков на фланцах;  $\beta$  - угол пересечения осей основных звеньев;  $\varphi$  - обобщенная координата передачи.

Силовая модель передачи также имеет особенности, обусловленные схемой. Промежуточное звено нагружено в связях боковыми силами, как частями окружной силы на диаметре  $D$  от внешнего силового момента, причем угол давления - угол между вектором боковой силы и вектором поступательного движения уголка по базовой поверхности фланца равен  $\pi/2$ , что теоретически обосновывает невозможность относительного поступательного движения. Однако следует предположить, что сила трения активных поверхностей уголка и фланцев оказывается полностью выбранной трением в относительном вращательном движении, тогда в поступательном движении элементов трение отсутствует, образуя идеальную пару без трения, т.е. влияние угла давления в такой паре исключается.

Схема сил, действующих на промежуточное звено, зависит от его фазового углового положения. Силы могут быть как в плоскости, параллельной плоскости расположения осей основных звеньев, так и в пересекавшихся плоскостях, отстоящих от осей основных звеньев на расстоянии  $D/2$ . Если обозначить внешний силовой момент  $M_{кр}$ , количество уголков  $Z$ , то в первом приближении суммарные реакции в связях отдельного уголка будут такими:

$$R = 2 M_{кр} / DZ \quad (1)$$

Промежуточные звенья имеют симметричное, но консольное базирование, что предопределяет переменное по длине базовых поверхностей удельное давление активных поверхностей уголков с фланцами основных звеньев. Представление о характере распределения реакций в связях можно составить на модели уголковой передачи с  $\beta = 0$ , когда передача будет соосной, а уголки преобразуются в стержни, выполняющие роль соединительной муфты между фланцами основных звеньев 1 и 2. В целом каждый уголок при передаче силового потока находится в условиях симметричного знакопеременного нагружения, вызывающего в материале уголка симметричные напряжения  $\sigma_{-1}$ .

В последнее время к уголковой передаче проявляется интерес, но только не как к передаче движения, а как к механизму, перспективному в реализации в качестве гидромашин объемного действия, с регулируемым объемным расходом жидкости, причем регулировка расхода достигается изменением угла пересечения осей основных звеньев.

Полости всасывания и нагнетания образуются во фланцах основных звеньев, их открытие и закрытие обеспечивается конструкцией бесклапанных торцевых уплотнений, а роль поршней выполняют промежуточные звенья (уголки), которые выполняются составными, соединенными одноподвижной

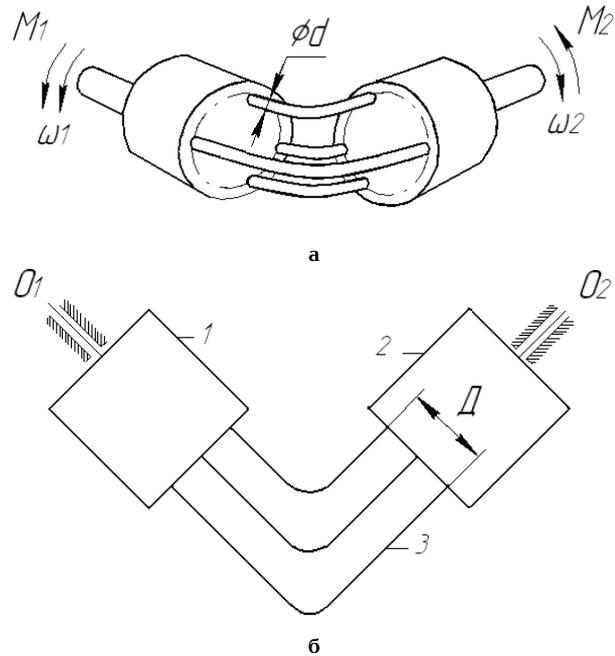


Рис. 1. Кинематическая схема передачи

вращательной парой по схеме [3], а основные звенья имеют возможность изменения угла пересечения осей, что приводит к изменению рабочих объемов гидромашин и, как следствие, к переменной, регулируемой ее производительности. Естественно, что использование уголковой передачи в качестве гидромашин с регулируемой производительностью, изменяет схему нагружения связей такой механической системы. Наиболее проблемной будет внутренняя связь составного промежуточного звена с изменяемой геометрией. Величины нагрузок будут зависеть от перепадов давления всасывающей и нагнетательной полостей, скоростного режима и объемного расхода гидромашин.

Один из вариантов использования уголковой передачи в оригинальной объемной гидромашине [4] с постоянным расходом жидкости представлен на рис. 2.

В схеме гидромашин промежуточные звенья играют роль уголковой передачи и одновременно - роль плунжеров.

Гидромашин работает следующим образом: вращение от ведущего блока цилиндров 3 промежуточными звеньями 4 передается ведомому блоку цилиндров 2 при этом плунжера поочередно перемещаются от верхнего положения к нижнему и обратно, а также одновременно перемещаются и вдоль цилиндров, совершая рабочий ход  $H$ , полная величина которого определяется по формуле:

$$H = D \cdot \operatorname{tg} \left( \frac{180^\circ - \beta}{2} \right), \quad (3)$$

где  $D$  - диаметр окружности расположения цилиндров в блоке,

$\beta$  - угол изгиба оси плунжера.

Рабочий объем каждого цилиндра увеличивается при перемещении промежуточного звена из верхнего положения к нижнему, в этой фазе происходит всасывание жидкости. При дальнейшем вращении блоков цилиндров промежуточные звенья перемещаются из нижнего положения к верхнему, совершая процесс нагнетания. Объем жидкости, подаваемый

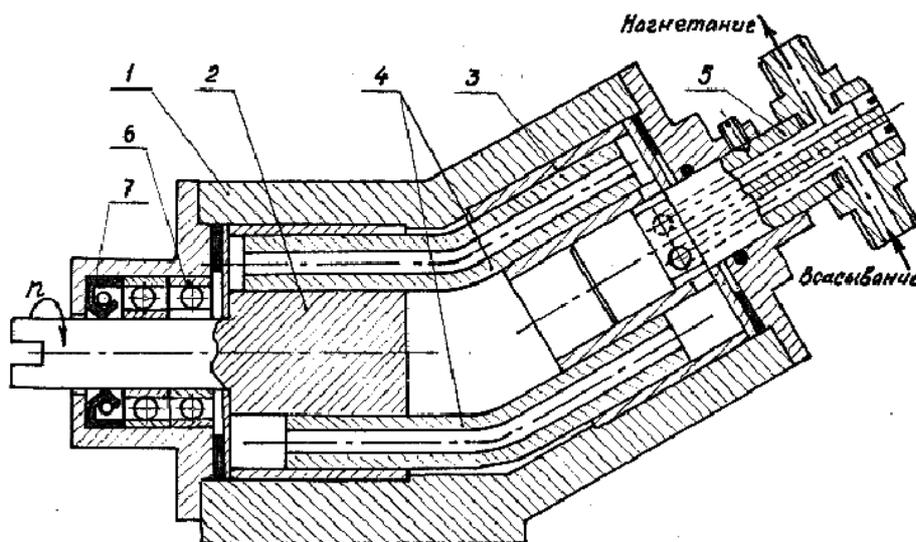


Рис. 2. Объемная гидромашина

1 – корпус, 2 – ведомый блок цилиндров, 3 – ведущий блок цилиндров,  
4 – плунжера (промежуточные звенья), 5 – золотник, 6 – опора, 7 – уплотнения.

гидромашинной за один оборот блоков цилиндров, определяется по формуле

$$W = 2 \frac{\pi d^2}{4} \cdot H \cdot z, \quad (4)$$

где 2 – число блоков цилиндров;  $d$  – диаметр плунжера;  $H$  – рабочий ход плунжера;  $z$  – количество плунжеров.

В данной схеме гидромашины всасывание и нагнетание происходит посредством золотника, установленного по оси ведомого блока цилиндров, а также сквозных осевых отверстий плунжеров и радиальных выпускных и впускных окон в ведомом блоке цилиндров.

Подобная гидромашина перспективна к использованию прежде всего в системах смазки, а также в качестве объемной гидромашины малой производительности.

В настоящее время в ОмГАУ завершается конструкторская разработка оригинальной гидромашины с регулируемой производительностью. В основу её схемного решения положена уголкового типа передача с переменным углом расположения основных звеньев.

#### Библиографический список

1. Механизмы : справочник. – Изд. 4-е, перераб. и доп.; под ред. С.Н. Кожевникова. – М. : Машиностроение, 1976. – 784 с.

2. Балакин, П.Д., Дегтярев, А.А., Згонник, И.П., Олькова, С.Н. Синтез оптимальной структуры уголкового типа передачи общего вида // Омский научный вестник. – 2006. – С. 100-103.

3. Уголкового типа передача : пат. на полезную модель 60662 Рос. Федерация : МПК F 16H 1/100 / Балакин П.Д., Дегтярев А.А., Олькова С.Н., Сакара Д.В.; заявитель и патентообладатель Омский гос. техн. ун-т. – № 2006122962/22; заявл. 27.06.06; опубл. 27.01.07, Бюл. № 3. – 3 с.

4. Объемная гидромашина : пат. на полезную модель 65582 Рос. Федерация : МПК F 04 В 1/10 / Балакин П.Д., Дегтярев А.А., Олькова С.Н., Сакара Д.В.; заявитель и патентообладатель Омский гос. техн. ун-т. – № 2007100398/22; заявл. 09.01.2007; опубл. 10.08.2007, Бюл. № 22. – 3 с.

**БАЛАКИН Павел Дмитриевич**, доктор технических наук, профессор, заведующий кафедрой теории механизмов и машин ОмГТУ.

**ДЕГТЯРЕВ Анатолий Антонович**, кандидат технических наук, доцент кафедры деталей машин ОмГАУ.

**КАРБАЙНОВА Светлана Николаевна**, аспирантка кафедры деталей машин ОмГАУ.

Дата поступления статьи в редакцию: 14.04.2008 г.

© Балакин П.Д., Дегтярев А.А., Карбайнова С.Н.

## К ОПРЕДЕЛЕНИЮ УГЛОВ ДАВЛЕНИЯ И КРИТЕРИЕВ КАЧЕСТВА ПЕРЕДАЧИ ДВИЖЕНИЯ В РЫЧАЖНЫХ МЕХАНИЗМАХ IV КЛАССА С ОСТАНОВКАМИ ВЫХОДНОГО ЗВЕНА ПО ЗАДАНЫМ ЦИКЛОГРАММАМ

В статье исследуются вопросы качества передачи движения в плоских рычажных механизмах IV класса с выстоем по заданной циклограмме или семейству циклограмм. В качестве критериев передачи сил используются допускаемый уровень аналога угловой скорости выходного звена и отношение максимальной по модулю реакции в кинематических парах к тангенциальной силе сопротивления в шарнире выходного звена, предложенные профессором Э.Е. Пейсахом. Анализ силовых факторов выполнен методом особых точек и координатным методом.

Важными характеристиками оценки работоспособности спроектированного механизма, обеспечивающего выстой выходного звена по заданной циклограмме или семейству циклограмм, являются критерии качества передачи движения и максимальные значения углов давления. Профессором Э.Е. Пейсахом предложены два основных критерия - это допускаемый уровень аналога угловой скорости выходного звена и отношение максимальной по модулю реакции в кинематических парах к тангенциальной силе сопротивления в шарнире выходного звена:

$$K_1 = |Mg|/Mc = \omega_{\text{вых}}/\omega_1 = \\ = d\varphi_{\text{вых}}/d\varphi_1; K_2 = R/(Mc/c),$$

где  $\omega_{\text{вых}}$ ,  $\varphi_{\text{вых}}$  - угловая скорость и соответственно угол поворота выходного звена,  $Mg$  - движущий момент приложенный к входному звену,  $Mc$  - момент сопротивления на выходном звене,  $R$  - наибольшая по модулю реакция в кинематических парах,  $c$  - длина выходного звена.

Для рычажных механизмов [1] допускаемые значения коэффициентов  $K_1$  и  $K_2$  лежат в пределах  $1,5 \div 3$ .

Методику определения критериев проработаем на примере механизма, представленного на рис. 1а, в одном из его фиксированных положений.

Наиболее простым в исследовании условий передачи сил в рычажных механизмах высоких классов является метод с использованием особых точек. Воспользуемся им и в нашем случае. Для определения реакций в

кинематических парах рычажного механизма найдем особую точку  $S$  на пересечении осевых линий шатуна  $BE$  и коромысла  $CD$ , а шарнир  $H$  соединим с точкой  $S$  прямой линией. Реакции в шарнирах  $B, D, H$  представим в виде нормальных и тангенциальных составляющих.

Составим систему из шести уравнений.

$$\Sigma m_C(F_i) = 0; R_D^t \cdot CD - Mc = 0; \\ \Sigma m_E(F_i) = 0; R_B^t \cdot BE = 0; \quad (1)$$

$$\Sigma m_S(F_i) = 0; -R_H^t \cdot SH + R_D^t \cdot SD - Mc = 0;$$

$$\Sigma m_B(F_i) = 0; -R_D^n \cdot BD^n + R_D^t \cdot BD^t + \\ + R_H^n \cdot BH^n - R_H^t \cdot BH^t - Mc = 0;$$

$$\Sigma m_H(F_i) = 0; -R_B^n \cdot HB^n + R_D^n \cdot HD^n + R_D^t \cdot HD^t - Mc = 0;$$

$$\Sigma m_D(F_i) = 0; -R_H^n \cdot DH^n + R_B^n \cdot DB^n - R_H^t \cdot DH^t - Mc = 0,$$

где  $Mc$  - единичный момент силы сопротивления, приложенного к выходному звену ( $1 \text{ Н}\cdot\text{м}$ );  $BD^n$ ,  $BH^n$ ,  $HB^n$ ,  $HD^n$ ,  $DH^n$ ,  $DB^n$  - плечи к нормальным составляющим реакций;  $BD^t$ ,  $BH^t$ ,  $HD^t$ ,  $DH^t$  - плечи к тангенциальным составляющим реакций.

Решения для тангенциальных составляющих будут иметь вид

$$R_D^t = Mc/CD; R_B^t = 0; R_H^t = \\ = (R_D^t \cdot SD - Mc)/SH.$$

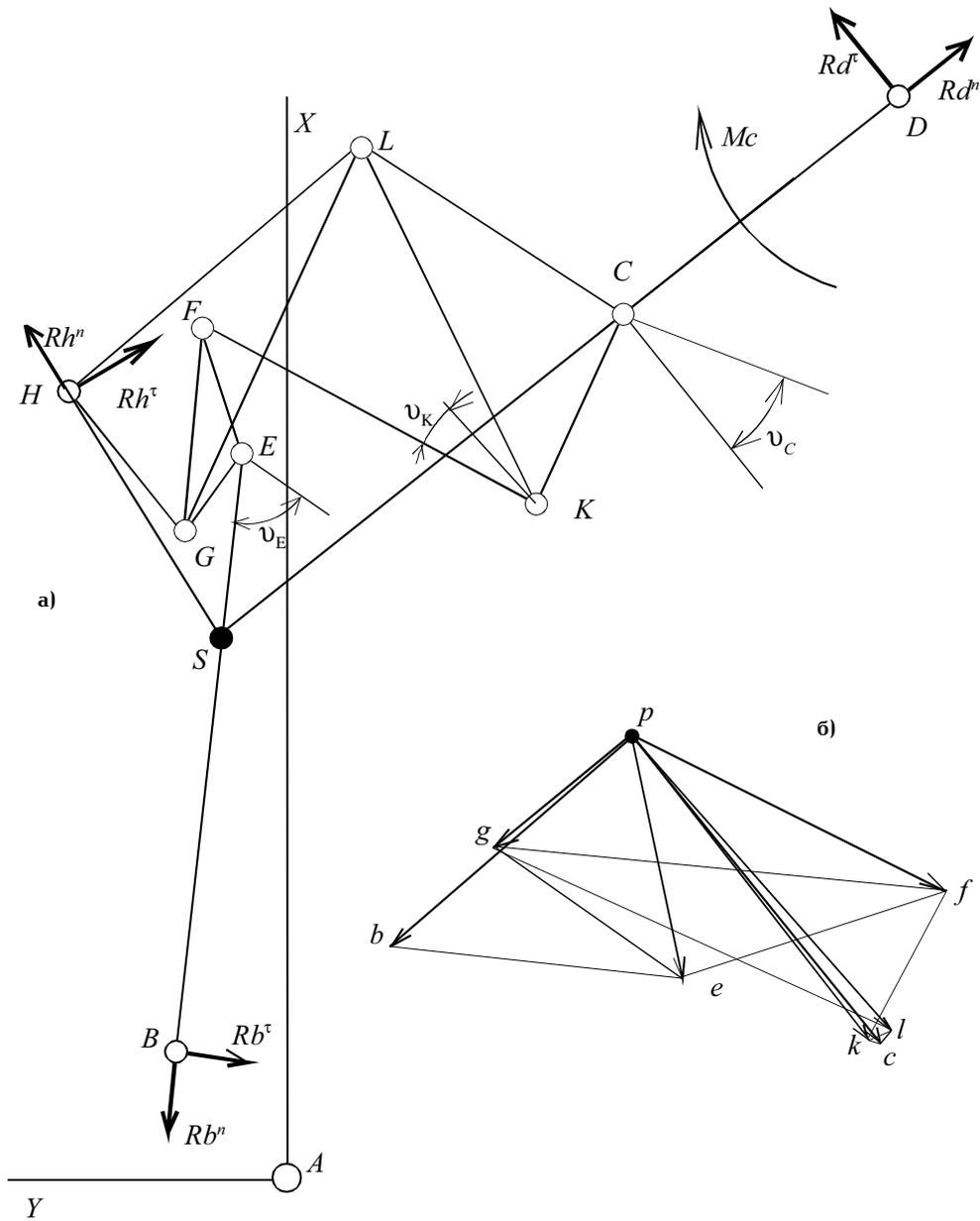


Рис. 1. К определению реакций в шарнирах методом особых точек

Выразим из 5-го уравнения системы (1)  $R_B^n$

$$R_B^n = R_D^n \cdot d_1 + d_2, \quad (2)$$

где  $d_1 = HD^n / HB^n$ ;  $d_2 = (R_D^t \cdot HD^t - Mc) / HB^n$ .

После подстановки  $R_B^n$  в уравнение 6 системы (1) получим

$$R_D^n \cdot BD^n \cdot d_1 - R_H^n \cdot DH^t + d_3 = 0, \quad (3)$$

где  $d_3 = BD^n \cdot d_2 - R_H^t \cdot DH^t - Mc$ .

Из уравнения 4 системы (1) выразим  $R_D^n$  через  $R_H^n$

$$R_D^n = (R_H^n \cdot BH^n + d_4) / BD^n, \quad (4)$$

где  $d_4 = (R_D^t \cdot BD^t - R_H^t \cdot BH^t - Mc)$ .

Подставив (4) в (3) найдем выражение для  $R_H^n$

$$R_H^n = -d_5 / d_6, \quad (5)$$

где  $d_5 = d_1 \cdot d_4 + d_3$ ;  $d_6 = d_1 \cdot BH^n - DH^t$ .

Решим ту же задачу координатным методом. Покажем реакции в опорных шарнирах H, D, B струк-

турной группы (рис. 2а), разложенные по осям X и Y координатной системы XAY и составим уравнения равновесия.

$$\Sigma F_{Xi} = 0; X_H + X_D + X_B = 0;$$

$$\Sigma F_{Yi} = 0; Y_H + Y_D + Y_B = 0;$$

$$\Sigma m_C(Fi) = 0; X_D \cdot y_{DC} + Y_D \cdot x_{DC} - Mc = 0;$$

$$\Sigma m_C(Fi) = 0; -X_H \cdot y_{HC} - Y_H \cdot x_{HC} -$$

$$- X_B \cdot y_{BC} - Y_B \cdot x_{BC} = 0; \quad (6)$$

$$\Sigma m_E(Fi) = 0; -X_B \cdot y_{BE} - Y_B \cdot x_{BE} = 0;$$

$$\Sigma m_E(Fi) = 0; -X_H \cdot y_{HE} + Y_H \cdot x_{HE} + X_D \cdot y_{DE} +$$

$$+ Y_D \cdot x_{DE} - Mc = 0;$$

Из уравнений 1,2 системы (6) выразим  $X_B$ ,  $Y_B$  и после их подстановки в уравнение 4 получим



где  $u_{11} = u_{10} - u_1$ .

Уравнение 6 системы (6) с учетом (8) приводим к виду

$$-X_H \cdot y_{HE} + Y_H \cdot x_{HE} + Y_D \cdot u_{12} + u_{13} = 0, \quad (15)$$

где  $u_{12} = x_{DE} - u_1 \cdot y_{DE}$ ;  $u_{13} = u_2 \cdot y_{DE} - M_c$ .

Исключив из уравнений (14), (15)  $Y_D$ , получим

$$X_H u_{14} + Y_H u_{15} + u_{16} = 0, \quad (16)$$

где  $u_{14} = u_{12} - y_{HE} \cdot u_{11}$ ;  $u_{15} = x_{HE} \cdot u_{11} - u_{10} \cdot u_{12}$ ;  $u_{16} = u_{11} \cdot u_{13} - u_2 \cdot u_{12}$ .

Уравнения (11) и (16) объединим в систему:

$$X_H \cdot u_7 + Y_H \cdot u_8 = -u_9; \quad (17)$$

$$X_H \cdot u_{14} + Y_H \cdot u_{15} = -u_{16}.$$

Решая систему (17), найдем

$$X_H = \det X_H / \det; Y_H = \det Y_H / \det,$$

где  $\det = u_7 \cdot u_5 - u_8 \cdot u_{14}$ ;  $\det X_H = -u_9 \cdot u_{15} - (-u_{16} \cdot u_9)$ ;  $\det Y_H = u_7 \cdot (-u_{16}) - u_{14} \cdot (-u_9)$ .

Все неизвестные системы (6) определены.

Решим задачу по определению реакций во внешних шарнирах структурной группы IV класса с исходными данными:

$$x_D = 0,63; y_D = -0,34; x_H = 0,456; y_H = 0,125;$$

$$x_B = 0,08; y_B = 0,06; x_E = 0,461; y_E = 0,026; x_C = 0,5;$$

$$y_C = -0,191. BD^n = 0,173; BH^n = 0,156; HB^n = 0,1;$$

$$HD^n = 0,16; DH^n = 0,487; DB^n = 0,173; BD^r = 0,663;$$

$$BH^r = 0,350; HD^r = 0,474; DH^r = 0,113; CD = 0,2;$$

$$SH = 0,16; SD = 0,491; M_c = 1 \text{ Нм.}$$

По методу с особой точкой структурной группы получим

$$R_H^n = 2,3H; R_H^r = 9,1H; R_D^n = -2,9H; R_B^n = 9,02H;$$

$$R_B^r = 0; R_H = 9,4H; R_D = 5,78H; R_B = 9,02H.$$

По координатному методу запишем результаты расчета:

$$R_H = 9,2H; R_D = 5,66H; R_B = 8,97H.$$

Учитывая, что плечи измерялись вручную, сходимость результатов по двум методам вполне удовлетворительная. Проверка правильности результатов подтверждена и в результате построения плана сил (рис. 2б). Поскольку результаты расчета по распределению сил в шарнирах двумя способами идентичны, для расчета критериев качества передачи движения был принят во внимание параметры:

$$|Mg| = R_B \cdot h_B = 8,97 \cdot 0,067 = 0,6 \text{ Нм}; M_c = 1.$$

Тогда  $K_1 = 0,6$ .  $K_2 = R_{max} / (M_c / c) = 8,97 / 5 = 1,79$ .  
 $K_1$  и  $K_2 < 3$ .

Поскольку критерий  $K_1$  представляет собой аналог угловой скорости выходного звена, для его определения третьим способом построим план скоростей (рис. 1б). Откуда  $K_1 = (pc/CD)/(pb/AB) = 0,58$ .

Это вполне согласуется с результатами расчета через силовой анализ. Таким образом, три подхода дают практически одинаковые результаты. Результаты силового распределения в шарнирах также позволяют, с учетом плана скоростей, определить углы давления. Сведения, полученные в результате расчета, позволяют определить углы давления в шарнирах E, K, C. Для заданного положения углы давления (рис. 1а) не превосходят допустимые. Таким образом, в заданном фиксированном положении работоспособность механизма обеспечивается как по критериям качества, так и по углам давления. Однако, чтобы судить о работоспособности механизма в целом, необходимо просчитать на ЭВМ вышеуказанные характеристики для всего диапазона изменений угла поворота входного звена. Интересен, с точки зрения условий передачи сил, и угол давления в шарнире G, но для его определения необходимо проводить дополнительный анализ силового распределения и во внутренних шарнирах структурной группы.

#### Библиографический список

1. Пейсах Э.Е., Нестеров В.А. Система проектирования плоских рычажных механизмов. М.: Машиностроение, 1988. – 232 с.

**ХОРУНЖИН Владимир Степанович**, профессор, доктор технических наук, Кемеровский технологический институт пищевой промышленности.

**БАКШЕЕВ Владимир Александрович**, доцент, кандидат технических наук, Кемеровский технологический институт пищевой промышленности.

**ШАРИКОВ Александр Николаевич**, аспирант, Кемеровский технологический институт пищевой промышленности.

**ХОМЧЕНКО Василий Герасимович**, профессор кафедры автоматизации и робототехники, доктор технических наук, Омский государственный технический университет.

**СКАБКИН Николай Георгиевич**, кандидат технических наук, доцент кафедры автоматизации и робототехники, Омский государственный технический университет.

**ГЕБЕЛЬ Елена Сергеевна**, старший преподаватель кафедры автоматизации и робототехники, Омский государственный технический университет.

Дата поступления статьи в редакцию: 22.04.2008 г.

© Хорунжин В.С., Бакшеев В.А., Шариков А.Н., Хомченко В.Г., Скабкин Н.Г., Гебель Е.С.

## УРАВНЕНИЕ ЭЙЛЕРА-САВАРИ ДЛЯ ЭЛЛИПТИЧЕСКОЙ ПЛОСКОСТИ И ЕГО ИНТЕРПРЕТАЦИЯ В ЛИНЕЙЧАТОМ ПРОСТРАНСТВЕ

Рассматривается известное в теории зубчатых зацеплений уравнение Эйлера-Савари и соответствующее ему построение Бобилье в эллиптической плоскости. Сделан вывод о возможности геометрического моделирования пространственных линейчатых зубчатых зацеплений в эллиптической плоскости.

Известное построение Бобилье, представляющее собой, по сути, геометрическую интерпретацию теоремы Эйлера-Савари [1, 2], имеет сферическое представление, полученное отображением на сферу построения Бобилье в евклидовой плоскости, касательной к сфере в полюсе зацепления [3]. Как известно, это отображение, полученное проецированием связкой прямых и плоскостей с центром в центре сферы на касательную к сфере плоскость, не является конформным. Но поскольку все элементы построения Бобилье привязаны напрямую или косвенно к полюсу зацепления — точке касания сферы и евклидовой плоскости, то оказалось для этого частного случая возможным и правомерным получение сферического уравнения Эйлера-Савари. Была получена следующая цепь соответствий: построение Бобилье в евклидовой плоскости  $R_2 \rightarrow$  построение Бобилье на сфере  $S_2^R$  в евклидовом пространстве  $R_3 \rightarrow$  построение Бобилье в линейчатом пространстве  $R_3(\ell)$ , полученное на основе принципа перенесения Котельникова-Штуди [3]. Однако исходное, конструктивно-метрическое по своему характеру, построение Бобилье в плоскости  $R_2$  в принципе не могло быть принято в качестве модели соответствующего построения в пространстве  $R_3(\ell)$ . Причина одна — метрические структуры пространств  $R_2$  и  $R_3(\ell)$  разнородные. Плоскость  $R_2$  имеет евклидову метрику, пространство  $R_3(\ell)$  — неевклидову (эллиптическую) [4]. Поэтому логичным является нахождение однородной по метрике с построением Бобилье в пространстве  $R_3(\ell)$  плоскостной модели этого построения. Приведём вначале свойства сферической кривой линии. Пусть в пространстве  $R_3$  задана сфера  $S_2^R$  единичного радиуса и кривая линия  $\lambda$  на ней (рис. 1). Для сферической кривой  $\lambda$ , описываемой уравнением  $\bar{r} = \bar{r}(t)$ ,  $T_0 \leq t \leq T$ ,  $|\bar{r}| = 1$ , имеет место выражение для орта касательной  $\bar{\tau}$ :

$$\frac{d\bar{r}}{dt} = \frac{d\bar{r}}{ds} \cdot \frac{ds}{dt} = \bar{\tau} \cdot \frac{ds}{dt}. \quad (1)$$

В точке  $A \in \lambda$  существует два различных трёхгранника сферической кривой  $\lambda$ : трёхгранник Дарбу  $(\bar{\eta}, \bar{\tau}, \bar{r})$ , где  $\bar{\eta}$  и  $\bar{r}$  — соответственно орты центральной нормали и радиус-вектора и трёхгранник Френе  $(\bar{\tau}, \bar{v}, \bar{\beta})$ , где  $\bar{v}$  и  $\bar{\beta}$  — соответственно орты главной нормали и бинормали. Трёхгранник Дарбу (ТД) определяется ортогональными большими окружностями  $a_\tau$  и  $a_\eta$ . Трёх-

гранник Френе (ТФ) определяется окружностями — большой  $a_\tau$  и соприкасающейся. Радиус кривизны  $\rho_1$  с центром кривизны  $M$  кривой  $\lambda$  определяется:  $\rho_1 = \sin \varphi$ , где  $\varphi$  — угол между радиус-вектором  $\bar{r}$  и бинормалью  $\bar{\beta}$ . Точка  $B$  есть сферический центр кривизны кривой  $\lambda$ , принадлежащий ее эволюте  $e$ . При движении ТФ вдоль линии  $\lambda$  происходит изменение векторов  $\bar{\tau}$ ,  $\bar{v}$  и  $\bar{\beta}$ , выражаемое формулами Френе [3, 5]:

$$\frac{d\bar{\tau}}{ds} = \bar{v} \cdot \frac{1}{\rho_1}; \quad \frac{d\bar{v}}{ds} = -\frac{\bar{\tau}}{\rho_1} + \frac{\bar{\beta}}{\rho_2}; \quad \frac{d\bar{\beta}}{ds} = -\frac{\bar{v}}{\rho_2}, \quad (2)$$

где  $ds$  — элемент длины дуги линии  $\lambda$ ,  $\rho_2$  — радиус кручения линии  $\lambda$ . Между ТД и ТФ существуют соотношения:

$$\bar{v} = \bar{\eta} \cdot \cos \varphi - \bar{r} \cdot \sin \varphi; \quad \bar{\beta} = \bar{\eta} \cdot \sin \varphi + \bar{r} \cdot \cos \varphi, \quad (3)$$

из которых, на основании (1), (2) и  $\frac{d\varphi}{ds} = -\frac{1}{\rho_2}$ , следует

$$\frac{d\bar{r}}{ds} = \bar{\tau}; \quad \frac{d\bar{\tau}}{ds} = -\bar{r} + \bar{\eta} \cdot \operatorname{ctg} \varphi; \quad \frac{d\bar{\eta}}{ds} = -\bar{\tau} \cdot \operatorname{ctg} \varphi. \quad (4)$$

Отобразим сферическую кривую  $\lambda$  и связанные с ней ТД и ТФ на плоскость  $R_2^S$  с эллиптической метрикой, касательную к сфере  $S_2^R$ , при помощи связки прямых и плоскостей с центром в центре  $O$  сферы  $S_2^R$ . В результате получим изображение, гомеоморфное сферическому (рис. 2). При этом будет иметь место соответствие образов на плоскости  $R_2^S$  и прообразов на сфере  $S_2^R$ :

$$T - \bar{\tau}; \quad R - \bar{r}; \quad H - \bar{\eta}; \quad B - \bar{\beta}; \quad N - \bar{v}; \quad \lambda^S - \lambda, \quad (5)$$

где  $e^S$  — эволюта кривой  $\lambda^S$  на плоскости  $R_2^S$ . Ортогональности векторов-прообразов соответствует в сферическом отображении ортогональность следующих точек-образов:  $T \perp R$ ,  $R \perp H$ ,  $H \perp T$ ,  $B \perp N$ ,  $B \perp T$ .

Приведем соотношения, описывающие взаимосвязь указанных точек-образов, при изменении их положений в движении точки  $R$  по линии  $\lambda$ :

$$\dot{t}_i = \frac{dt_i}{ds} = \frac{z_i}{\rho} - \frac{x_i}{k}; \quad \dot{z}_i = \frac{dz_i}{ds} = -\frac{t_i}{\rho}. \quad (6)$$

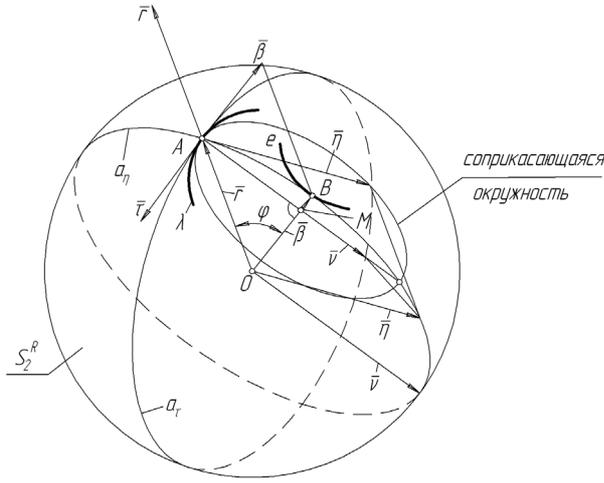


Рис. 1. Сферическая кривая

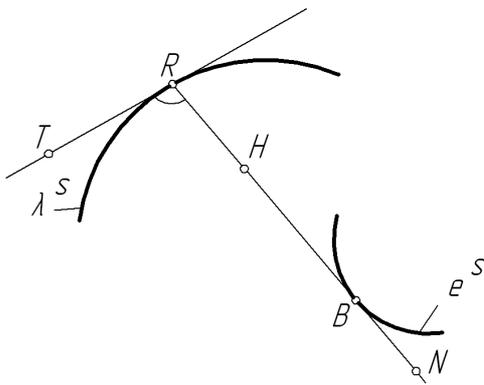


Рис. 2. Кривая в эллиптической плоскости

$$\begin{aligned} \bar{x}_i &= x_i \cos \frac{\delta}{k} + z_i \sin \frac{\delta}{k}; \\ \tilde{x}_i &= z_i \cos \frac{\delta}{k} - x_i \sin \frac{\delta}{k}; \quad i = 1, 2, 3, \end{aligned} \quad (7)$$

где приведенные декартовы однородные координаты соответствуют следующим точкам:  $B(\bar{x}_1, \bar{x}_2, \bar{x}_3)$ ;  $R(x_1, x_2, x_3)$ ;  $H(z_1, z_2, z_3)$ ;  $N(\tilde{x}_1, \tilde{x}_2, \tilde{x}_3)$ ;  $T(t_1, t_2, t_3)$ . При этом  $ds$  и  $\rho$  — элемент длины дуги и радиус кривизны линии  $\lambda^S$ . Учитывая, что углу  $\varphi$  между радиус-вектором  $\bar{r}$  и бинормалью  $\bar{b}$  соответствует длина дуги большой окружности между точками  $A$  и  $B$  (см. рис. 1), которая в эллиптической плоскости  $R_2^S$  представляет собой расстояние  $\delta$  между соответствующими точками  $R$  и  $B$  (см. рис. 2), можно сделать на основе сравнения формул (4) и (6), (3) и (7) следующий вывод: линия  $\lambda^S$  в эллиптической плоскости  $R_2^S$  представляет собой гомеоморфную модель сферической линии  $\lambda$ .

В соответствии с принципом перенесения Котельникова-Штуди сферической кривой линии  $\lambda$  соответствует в пространстве  $R_3(\ell)$  линейчатая поверхность  $\Lambda$  с винтовым уравнением  $\bar{R} = \bar{R}(t)$ , где  $t$  — вещественный параметр, причём трёхгранникам ТД и ТФ линии  $\lambda$  отвечают соответствующие трёхгранники поверхности  $\Lambda$  [3] (Рис. 3). Формулам Френе (2) сферической кривой  $\lambda$  соответствуют формулы Френе линейчатой поверхности  $\Lambda$ , описы-

вающие перемещение ТФ по поверхности  $\Lambda$  вдоль её стрикционной линии:

$$\frac{d\bar{T}}{dS} = \bar{N}; \quad \frac{d\bar{N}}{dS} = -\bar{T} + \frac{\bar{B}}{P_2}; \quad \frac{d\bar{B}}{dS} = -\frac{\bar{N}}{P_2}, \quad (8)$$

где  $\bar{T}$ ,  $\bar{N}$ ,  $\bar{B}$  — единичные винты, образующие ТФ;  $P_1$ ,  $P_2$  — соответственно дуальные числа — значения первой и второй кривизны поверхности  $\Lambda$ ;  $dS$  — элемент дуальной дуги поверхности  $\Lambda$ , равный  $dS = ds_0 + \omega ds_1$ ,  $\omega^2 = 0$ ;  $ds_0$ ,  $ds_1$  — соответственно вещественные угол и кратчайшее расстояние между бесконечно близкими образующими прямыми линиями поверхности  $\Lambda$ . Формулам (3) сферической кривой соответствуют формулы линейчатой поверхности  $\Lambda$ :

$$\bar{N} = \bar{H} \cos \Phi - \bar{R} \sin \Phi; \quad \bar{B} = \bar{H} \sin \Phi + \bar{R} \cos \Phi, \quad (9)$$

где  $\Phi = \varphi_0 + \omega \varphi_1$ ,  $\omega^2 = 0$  — дуальный угол между единичными винтами образующей  $\bar{R}$  и бинормали  $\bar{B}$ . Формулам (4) линии  $\lambda$  отвечают соответствующие формулы линейчатой поверхности  $\Lambda$ :

$$\frac{d\bar{R}}{dS} = \bar{T}; \quad \frac{d\bar{T}}{dS} = -\bar{R} + \bar{H} \operatorname{ctg} \Phi; \quad \frac{d\bar{H}}{dS} = -\bar{T} \operatorname{ctg} \Phi. \quad (10)$$

Сферическую линию  $\lambda$  можно рассматривать как результат конического изображения линейчатой поверхности  $\Lambda$  или сферическую индикатрису этой поверхности [6]. Очевидно, возникающее при этом соответствие  $\Lambda \leftrightarrow \lambda$  одно — многозначное, то есть  $\Lambda \rightarrow \lambda$  однозначное, а  $\lambda \rightarrow \Lambda$  — многозначное. Для однозначности последнего соответствия необходимо введение дополнительных условий, например, задание угла между образующей прямой линией поверхности  $\Lambda$  и касательной к её стрикции в функции длины дуги линии  $\lambda$  и задание параметра этой образующей также в функции длины дуги этой линии [6]. При разных свойствах соответствий  $\Lambda \rightarrow \lambda$  и  $\lambda \rightarrow \Lambda$ , возникающих при переходе к коническому изображению поверхности  $\Lambda$  и от него, существует аналогия в основных геометрических закономерностях, на основе которых образуется линия  $\lambda$  и линейчатая поверхность  $\Lambda$ . Исходя из этой аналогии линию  $\lambda^S$  в эллиптической плоскости  $R_2^S$  можно рассматривать как некоторую геометрическую модель линейчатой поверхности  $\Lambda$ .

В сферической кинематике известны теорема Эйлера-Савари и соответствующее ей построение Бобилье, составляющие основу решения задач синтеза конических зубчатых зацеплений [3, 7]. Геометрическая интерпретация сферического построения Бобилье представлена на рис. 4.

Введём необходимые для последующего изложения обозначения и соответствия элементов геометрической схемы:

$$\overline{OR} = \bar{r}; \quad \overline{OF} = \bar{\rho}; \quad \overline{OO_1} = \bar{r}_1; \quad \overline{OO_2} = \bar{r}_2; \quad \overline{OO_a} = \bar{\rho}_1;$$

$$\overline{OO_b} = \bar{\rho}_2; \quad \overline{OS} = \bar{s}; \quad \angle FOR = \alpha;$$

$$\angle FOO_a = \beta_1; \quad \angle FOO_b = \beta_2; \quad \angle ROO_1 = \psi_1;$$

$$\angle ROO_2 = \psi_2; \quad \Theta = \angle O_1RO_2.$$

Линии  $c_1$  и  $c_2$  представляют собой сферические центры двух конических колёс с общей вершиной конусов  $O$  в центре сферы  $S_2^R$ ;  $a$  и  $b$  — взаимногибаемые кривые — профили зубьев колёс, связанные соответственно с центрами  $c_1$  и  $c_2$ ,  $R$  — сферический



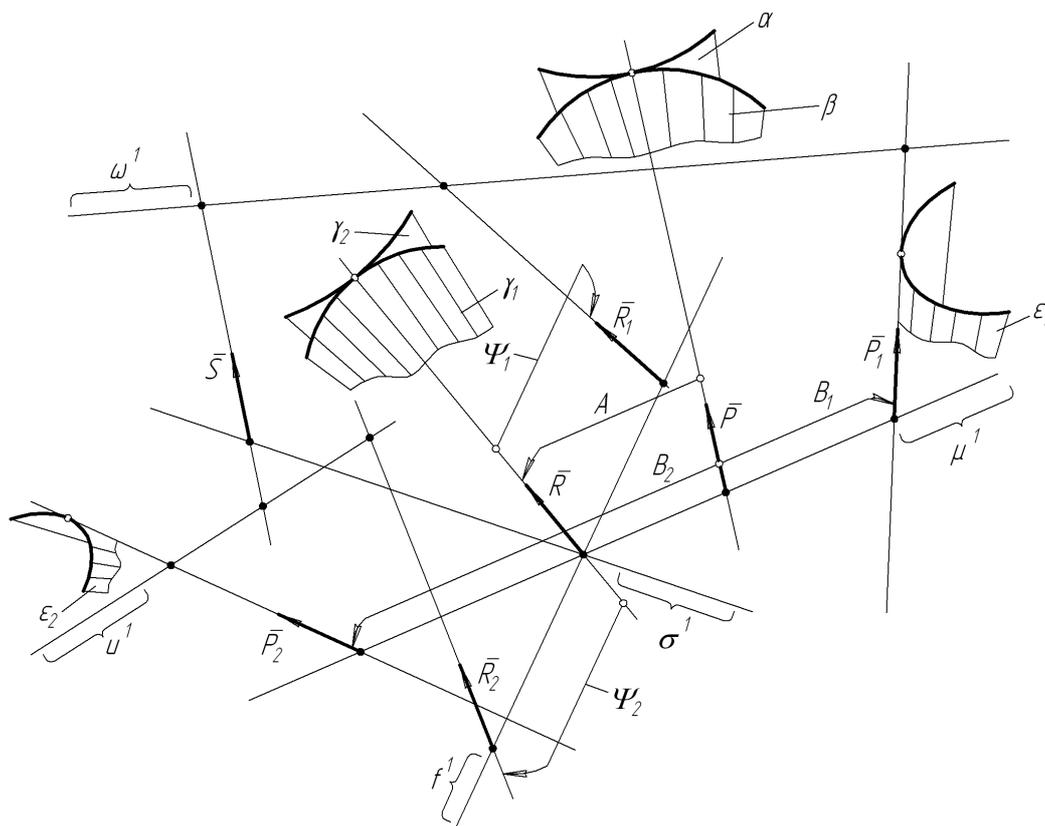


Рис. 6. Построение Бобилье в линейчатом пространстве

для линейчатого пространства на основании принципа перенесения принимает следующий вид [3]:

$$[\text{ctg}(B_1 + A) \pm \text{ctg}(B_2 - A)] \cdot \cos \Theta = \text{ctg} \Psi_1 \pm \text{ctg} \Psi_2, \quad (15)$$

при этом тригонометрические функции углов и сами углы представляют собой дуальные тригонометрические функции и дуальные углы. Уравнение (15) после разделения его на главную и моментную составляющие преобразуется в два вещественных уравнения [3], соответствующих пространственной интерпретации теоремы Эйлера-Савари для случая взаимноогibaемых линейчатых центроид  $\gamma_1$  и  $\gamma_2$  и связанных с ними взаимноогibaемых линейчатых поверхностей  $\alpha$  и  $\beta$  (см. рисунок 6). Принятые обозначения для линейчатой конструкции, являющейся обобщением сферической конструкции на рисунке 4 и конструкции в эллиптической плоскости на рисунке 5, соответствуют следующим образом:

$$\bar{r} - \bar{R}; \bar{\rho} - \bar{P}; \bar{\gamma}_1 - \bar{R}_1; \bar{\gamma}_2 - \bar{R}_2; \bar{\rho}_1 - \bar{P}_1; \bar{\rho}_2 - \bar{P}_2; \bar{s} - \bar{S};$$

$$\alpha - A; \beta_1 - B_1; \beta_2 - B_2;$$

$$\psi_1 - \Psi_1; \psi_2 - \Psi_2; c_1 - \gamma_1; c_2 - \gamma_2; a - \alpha; b - \beta; e_1 - \varepsilon_1;$$

$$e_2 - \varepsilon_2; \omega - \omega^1; u - u^1; \mu - \mu^1; f - f^1; \sigma - \sigma^1,$$

где верхний индекс «1» соответствует обозначению щетки первого порядка. При этом правые части векторных соответствий представляют собой единичные винты.

Вышеизложенное позволяет сделать следующие выводы:

1. Существует изоморфизм между геометрическими интерпретациями построения Бобилье в эллиптической плоскости и в линейчатом пространстве.

Тем самым устанавливается взаимно однозначное соответствие уравнений Эйлера-Савари в обеих интерпретациях.

2. Поскольку построение Бобилье представляет собой геометрическую модель зубчатого зацепления, то решения задач синтеза пространственных зубчатых зацеплений, имеющих место в линейчатом пространстве, на основании п. 1 могут быть выполнены в эллиптической плоскости.

#### Библиографический список

1. Геронимус, Я.Л. Геометрический аппарат теории синтеза плоских механизмов / Я.Л. Геронимус. — М.: Гос. изд-во физ.-мат. литер., 1962. — 400 с.
2. Литвин, Ф.А. Теория зубчатых зацеплений / Ф.А. Литвин. — 2-е изд., перераб. и доп. — М.: Наука, 1968. — 584с.
3. Диментберг, Ф.М. Теория винтов и её приложения / Ф.М. Диментберг. — М.: Наука, 1978. — 328 с.
4. Панчук, К.Л. Конструктивно-метрическое моделирование линейчатого пространства / К.Л. Панчук, В.Я. Волков // Вестник КузГТУ. — Кузбасс, 2007. - №6. — С. 55-58.
5. Рашевский, П.К. Курс дифференциальной геометрии / П.К. Рашевский. — М.: Гос. изд-во техн.-теор. литер., 1956. — 420 с.
6. Зейлигер, Д.Н. Комплексная линейчатая геометрия / Д.Н. Зейлигер. — М.; Л.: Гос. техн.-теорет. изд-во, 1934. — 196с.
7. Muller, H. Spharische Kinematik / H. Muller. — Berlin: VEB Deutscher Verlag. der Wissensch., 1962. - 121s.

**ПАНЧУК Константин Леонидович**, кандидат технических наук, доцент кафедры начертательной геометрии, инженерной и компьютерной графики.

Дата поступления статьи в редакцию: 20.02.2008 г.

© Панчук К.Л.

## ПРОФИЛИРОВАНИЕ ДИСКОВОГО ИНСТРУМЕНТА ДЛЯ ОБРАБОТКИ ВИНТОВЫХ КАНАВОК ДЕТАЛИ

Рассматривается геометрическая модель профилирования дискового инструмента, построенная на основе геометрических и кинематических закономерностей, обеспечивающих непрерывное касание взаимно огибающих поверхностей. Вычислительный алгоритм модели профилирования имеет компьютерную реализацию и позволяет визуализировать результаты профилирования.

В работе предлагается геометрическая модель профилирования дискового инструмента для обработки цилиндрической винтовой поверхности детали, основанная на проецировании линии пространства на поверхность, в частности винтовую, нормальными последней [1]. В отличие от известных [2, 3], данная модель построена на основе учета взаимосвязи двух составляющих, обеспечивающих взаимное огибание поверхностей детали и инструмента, а именно: кинематической, обеспечивающей условия непрерывного движения детали и инструмента в процессе их взаимного огибания и геометрической, обеспечивающей условия непрерывного касания их поверхностей в этом процессе. К достоинствам предлагаемой модели профилирования относятся ее применимость для различных сочетаний пар взаимно огибаемых поверхностей класса винтовых [1] и возможность оперативного корректирования условий задачи профилирования при компьютерной визуализации для достижения качественного результата.

Геометрическая схема модели профилирования представлена на рис. 1. На комплексном чертеже заданы проекции цилиндрической детали с винтовой поверхностью (ВП) постоянного шага, т.е. известны ее ось  $i(i_H, i_V)$ , форма торцевого профиля  $f_{\Delta H}$  ВП в плоскости  $\Delta \perp i$ , направление и единичный шаг  $h$  винтового перемещения профиля  $f_{\Delta H}$ . Кроме того, указано положение оси  $\gamma(\gamma_H, \gamma_V)$  искомого инструмента. Элементами кинематической составляющей модели профилирования в рассматриваемой задаче являются: кинематический винт  $(i, \omega, h)$ , где  $\omega$  - величина угловой скорости определенного направления с осью  $i$ ;  $(\gamma, \omega_\gamma)$  - вращательная компонента, относящаяся к дисковому инструменту. Представление кинематического винта в виде суммы двух вращательных компонент  $(i, \omega, h) \sim (\gamma, \omega_\gamma) + (k, \omega_k)$  приводит к появлению новой оси  $k(k_H, k_V)$  вращения. Оси  $\gamma$  и  $k$  - сопряженные прямые кинематического винта. Элементами геометрической составляющей рассматриваемой модели являются: гиперболическая конгруэнция  $Kg(1,1)$  прямых линий с директрисами  $\gamma$  и  $k$ ; регулюс - линейчатая поверхность (ЛП) с направляющими  $\gamma, k, X$ , где  $X$  - характеристика, т.е. линия касания ВП и ПВ (поверхность вращения

инструмента) в текущий момент времени. Очевидно, ЛП образована нормальными заданной ВП и линия  $X$  есть ортогональная проекция линий  $\gamma$  и  $k$  на ВП ее нормальными. Следовательно, нахождение ПВ инструмента сводится к определению линии  $X$  проецированием оси  $\gamma$  или  $k$  на ВП ее нормальными и последующим образованием искомого ПВ по ее определителю  $(\gamma, X)$ . В качестве примера рассмотрим производственную задачу профилирования дискового инструмента для обработки винтовых канавок цилиндрических деталей малых диаметров и окружностного торцевого профиля. Винтовая поверхность (ВП) детали задана осью  $i(i_V, i_H)$ , торцевым профилем  $f_{\Delta}$  - дугой окружности, центр которой удален от  $i_H$  на расстояние  $a_1 = 2,4168R$  (Рис. 2) и радиус которой  $r = 2R$ , где  $R$  - радиус наружного цилиндра детали. Ось  $\gamma(\gamma_V, \gamma_H)$  искомого дискового инструмента удалена от оси  $i$  на расстояние  $d = 8R$  (принято конструктивно для деталей малых диаметров) и установлена под прямым углом к направлению касательной к винтовой линии на наружном цилиндре. Для удобства расчетов сведём необходимые вычислительные формулы в таблицу формул алгоритма профилирования. Укажем происхождение некоторых из них. Формулы №1 - параметрические уравнения заданного торцевого профиля  $f_{\Delta} = f_{\Delta H}$  в подвижной системе координат  $O'X'Y'Z'$  (см. рис. 1). Формула № 3, определяющая параметр  $\varphi_T$  - угол между касательной  $\bar{t}$  к профилю  $f_{\Delta}$  в некоторой его точке  $T$  и радиус-вектором  $\bar{r}$  (см. рис. 2), получена по следующей схеме. Запишем уравнение нормали  $\bar{n}$  к профилю  $f_{\Delta}$ , имеющему уравнения №1:

$$(X' - x'_{TA}) \cdot (x'_{TA})' + (Y' - y'_{TA}) \cdot (y'_{TA})' = 0, \quad (1)$$

где  $(x'_{TA})'$  и  $(y'_{TA})'$  - производные, полученные из формул №1 по параметру  $\varphi$ . Уравнение (1) можно привести к виду:

$$X' \cdot (x'_{TA})' + Y' \cdot (y'_{TA})' - x'_{TA} \cdot (x'_{TA})' - y'_{TA} \cdot (y'_{TA})' = 0. \quad (2)$$

Искомый угол  $\varphi_T$ , согласно схеме на рис. 2, может быть выражен

Формулы алгоритма профилирования

N <sup>№</sup>	Расчётные формулы
1	$x'_{TA} = a_1 - r \cdot \sin \varphi$ $y'_{TA} = r \cdot \cos \varphi$
2	$\Gamma = \sqrt{x'^2_{TA} + y'^2_{TA}}$ , $\varphi_{нач} = \arcsin \frac{r^2 + a_1^2 - a^2}{2a_1r}$ , $\varphi_{кон} = \pi - \varphi_{нач}$
3	$\varphi_T = \arccos \frac{a_1 \cdot \cos \varphi}{\Gamma}$
4	$R_N = \sqrt{y_N^2 + d^2}$
5	$x' = \frac{\Gamma}{R_N} \cdot [\Gamma \cdot \cos^2 \varphi_T + \sqrt{R_N^2 - \Gamma^2 \cdot \cos^2 \varphi_T} \cdot \sin \varphi_T]$ $y' = \frac{\Gamma}{R_N} \cdot [\sqrt{R_N^2 - \Gamma^2 \cdot \cos^2 \varphi_T} - \Gamma \cdot \sin \varphi_T] \cdot \cos \varphi_T$ $z' = h \cdot [\arccos(\frac{\Gamma}{R_N} \cdot \cos \varphi_T) - \arctg \frac{y'_{TA}}{x'_{TA}} - \varphi_T]$
6	$\sigma_N = \arctg \frac{y_N}{d}$
7	$x = x' \cdot \cos \sigma_N - y' \cdot \sin \sigma_N$ $y = x' \cdot \sin \sigma_N + y' \cdot \cos \sigma_N$ $z = z' + h \cdot \sigma_N$
8	$A = y_N \cdot (1 - \text{ctg} \Theta \cdot \text{tg} \alpha)$ $D = -a \cdot y_N \cdot (1 - \text{ctg} \Theta \cdot \text{tg} \alpha)$
9	$Ax + By + Cz + D = 0$
10	$t_T = y \cdot \sin \Theta - z \cos \Theta$ $R_T = \sqrt{(t_T \cdot \sin \Theta - y)^2 + (d - x)^2 + (t_T \cdot \cos \Theta + z)^2}$

$$\varphi_T = \arccos \frac{d_1}{\rho},$$

$$\Phi_T \leq \varphi_T \leq \pi - \Phi_T, \Phi_T = f(\varphi_{нач}), \quad (3)$$

где  $d_1$  – удаление точки  $O'(0,0)$  от нормали  $\bar{n}$ , которое может быть определено с учётом его знака на основании уравнения (2) следующим образом:

$$d_1 = \frac{-x'_{TA} \cdot (x'_{TA})' - y'_{TA} \cdot (y'_{TA})'}{\sqrt{[(x'_{TA})']^2 + [(y'_{TA})']^2}}. \quad (4)$$

Так как  $\rho = \sqrt{x'^2_{TA} + y'^2_{TA}}$ , то на основании соотношений (3) и (4) получим:

$$\varphi_T = \arccos \frac{-x'_{TA} \cdot (x'_{TA})' - y'_{TA} \cdot (y'_{TA})'}{\sqrt{(x'^2_{TA} + y'^2_{TA}) \cdot \{[(x'_{TA})']^2 + [(y'_{TA})']^2\}}}. \quad (5)$$

Применительно к заданным уравнениям № 1 угол  $\varphi_T$  будет иметь следующее выражение:

$$\varphi_T = \arccos \frac{a_1 \cdot \cos \varphi}{\sqrt{r^2 + a_1^2 - 2a \cdot r \cdot \sin \varphi}}. \quad (6)$$

В уравнении (4) умышленно не учтена абсолютная величина удаления  $d_1$  с тем, чтобы в уравнениях (5) и (6) учитывался знак функции  $\cos \varphi_T$ . Формулы № 5-10 следуют из предложенной геометрической модели профилирования. Их вывод приведен в работе [1]. Выразим некоторые величины, необходимые для дальнейших расчётов, в функции от заданного радиуса  $R$  детали и угла наклона  $\omega$  винтовой линии на наружном цилиндре детали. Винтовой параметр определяется:  $h = R \cdot \text{ctg} \omega$ . Угол  $\Theta$  установки оси  $\gamma$  инструмента по условию задачи определяется:



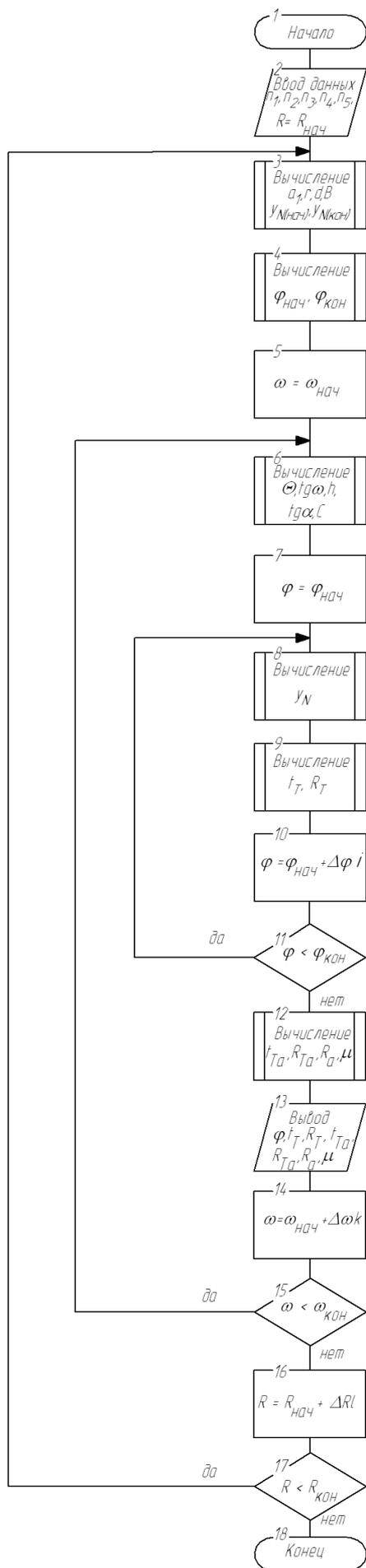


Рис. 3. Блок-схема алгоритма профилирования

$$\operatorname{ctg} \Theta = \frac{2\pi R}{H} = \frac{2\pi R}{2\pi h} = \operatorname{tg} \omega; \Theta = \frac{\pi}{2} - \omega. \text{ Параметры } a$$

и  $\alpha$ , определяющие положение оси  $k(k_\gamma, k_H)$ , сопряженной с осью  $\gamma$  относительно винта исходной ВП, определяются следующим образом:  $d \cdot \operatorname{tg} \alpha = a \cdot \operatorname{tg} \Theta = h$ ;

$$a = \frac{h}{\operatorname{tg} \Theta} = R; \operatorname{tg} \alpha = \frac{h}{d} = \frac{R \cdot \operatorname{ctg} \omega}{8R} = \frac{1}{8} \cdot \operatorname{ctg} \omega. \text{ Коэффициенты } B \text{ и } C, \text{ как постоянные величины в уравнении №9, определяются таким образом: } B = a - d = -7R;$$

$$C = (a - d) \cdot \operatorname{tg} \alpha = -\frac{7}{8} R \cdot \operatorname{ctg} \omega. \text{ В дальнейшем потребуется}$$

ся  $\varphi_H$  – начальное значение параметра (см. рисунок 2) в уравнениях №1. Его можно определить из условия принадлежности граничных точек как профилю  $f_\Delta$ ,

$$\text{так и окружности радиуса } R: \varphi_H = \arcsin \frac{r^2 + a_1^2 - a^2}{2a_1 \cdot r}.$$

Блок-схема алгоритма, позволяющего выполнять профилирование дискового инструмента, представлена на рисунке 3. Блок 2 содержит значения постоянных параметров для всех типоразмеров винтовых деталей, при этом  $n_1 = 2,4168; n_2 = 2; n_3 = 8; n_4 = -7; n_5 = 100$ . Кроме того, этим блоком задается начальное значение радиуса  $R$  цилиндра винтовой детали, изменяемого по условиям производственной задачи профилирования в интервале 0,5 - 6 мм. В блоке 3 производятся вычисления значений параметров, постоянных при фиксированном значении  $R$ :  $a_1 = n_1 R; r = n_2 R; d = n_3 R; B = n_4 R; y_{N(\text{нач})} = -n_5 R; y_{N(\text{кон})} = n_5 R$ .

В блоке 4 производится вычисление  $\varphi_{\text{нач}}, \varphi_{\text{кон}}$  параметра  $\varphi$  торцевого профиля  $f_\Delta$  винтовой детали по формулам № 2. Блоком 5 задается при фиксированном  $R$  начальное значение переменного параметра  $\omega$  - угла подъема винтовой линии на наружном цилиндре винтовой детали, изменяемого по условиям производственной задачи в интервале  $5^\circ - 45^\circ$ . В блоке 6 производится вычисление значений изменяемых

при фиксированном  $R$  параметров:  $\Theta = \frac{\pi}{2} - \omega$  - угол

установки оси инструмента относительно оси винто-

вой детали;  $\operatorname{tg} \omega; h = \frac{R}{\operatorname{tg} \omega}$  - винтовой параметр детали;

$\operatorname{tg} \alpha = \frac{h}{d}$ , где  $\alpha$  и  $d$  - соответственно угол скрещивания

прямой  $k$ , сопряженной с осью  $\gamma$  дисковой фрезы и кратчайшее расстояние оси дисковой фрезы относительно оси винтовой детали;  $C = (R - d) \operatorname{tg} \alpha$  - коэффициент. Блоком 7 задается начальное значение параметра  $\varphi$  - угла, определяющего начальную точку торцевого профиля  $f_\Delta$  винтовой детали в системе координат этого профиля (см. рис. 2). Блок 8 содержит алгоритм приближенного вычисления корня  $y_N$  трансцендентного уравнения № 9

$$F(\varphi, y_N) = A(y_N) \cdot x(\varphi, y_N) + B \cdot y(\varphi, y_N) + C \cdot z(\varphi, y_N) + D(y_N) = 0$$

при фиксированном  $\varphi$ . При этом  $y_N$  - линейный параметр, определяющий положение текущей точки  $N$  на оси  $\gamma$  дисковой фрезы, которая в свою очередь определяет положение подвижной системы координат  $x'y'z'$  профиля  $f_\Delta$  винтовой детали в плоскости  $\Delta$  сечения (см. рис. 1). Параметр  $y_N$  изменяется в задаваемых пределах  $y_{N(\text{нач})} \leq y_N \leq y_{N(\text{кон})}$ , которые в рассматриваемой задаче профилирования приняты

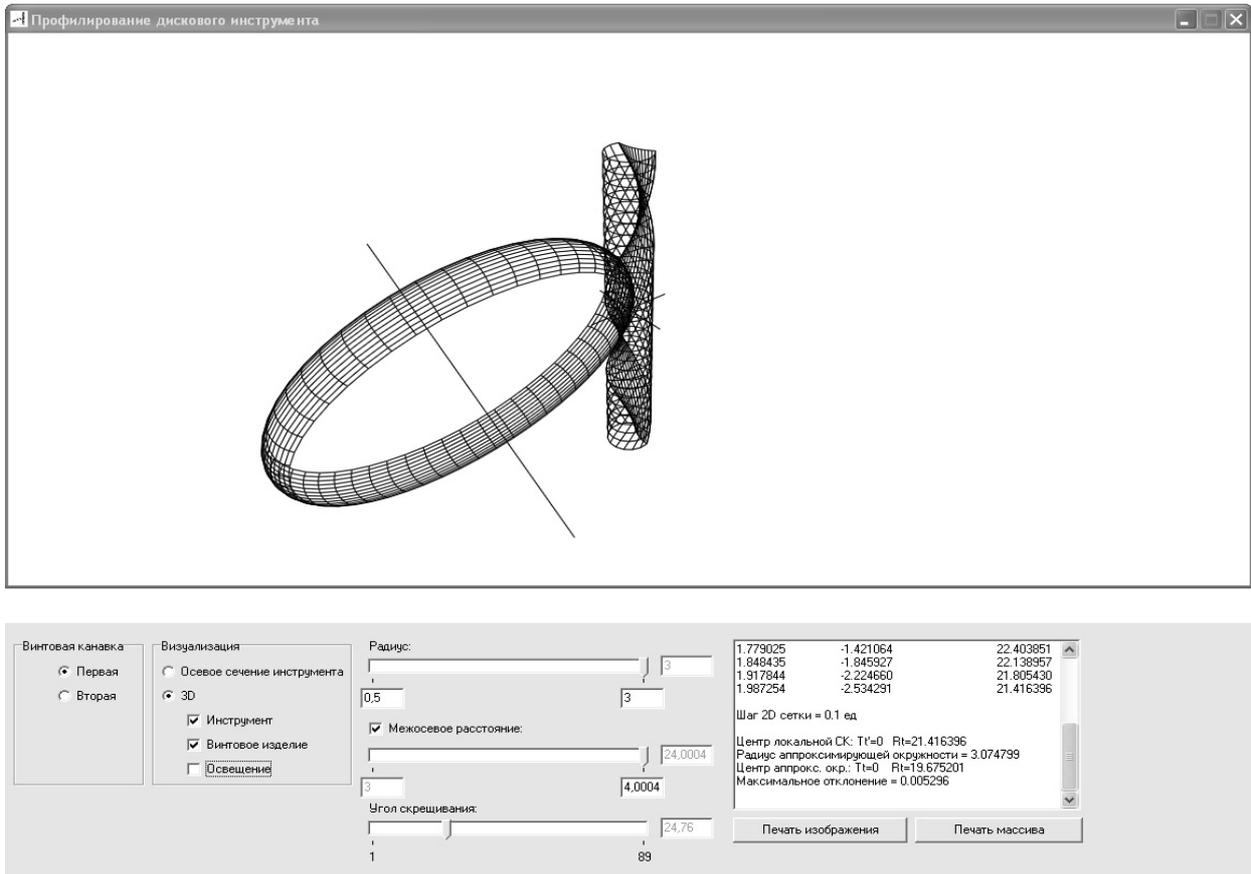


Рис. 4. Параметрическая визуализация взаимно огибающих поверхностей

следующими:  $y_{N(\text{нач})} = -100R$ ;  $y_{N(\text{кон})} = 100R$ . Приведенное трансцендентное уравнение  $F(\varphi, y_N) = 0$  позволяет определить значение параметра  $y_N$  при заданном значении параметра  $\varphi$ :  $\varphi_{\text{нач}} \leq \varphi \leq \varphi_{\text{кон}}$  одним из методов приближенного вычисления [4]. Для решения рассматриваемой задачи профилирования был применен метод половинного деления, для которого выполнены требуемые условия: функция  $F(y_N) = 0$  - непрерывна на отрезке  $[y_{N(\text{нач})}, y_{N(\text{кон})}]$  и  $F(y_{N(\text{нач})}) \cdot F(y_{N(\text{кон})}) < 0$ . Переменные координаты  $x, y, z$  в трансцендентном уравнении определяются формулами №1 - №7. Блок 9 позволяет вычислять по формулам №10 координаты  $t_T, R_T$  точки осевого сечения дисковой фрезы при фиксированных параметрах  $R, \omega, \varphi$ . Блок 10 определяет текущее значение параметра  $\varphi$  торцевого профиля  $f_\Delta$  винтовой детали из интервала  $\varphi_{\text{нач}} \leq \varphi \leq \varphi_{\text{кон}}$  при помощи счетчика  $i$  шагов  $\Delta\varphi$ . Блок 11 определяется продолжение работы блоков 8-10 по вычислению координат  $t_T$  и  $R_T$  при изменении  $\varphi$  либо ее завершение с переходом к блоку 12. В блоке 12 после формирования массива  $n$  точек  $(t_T, R_T)$  предусмотрен алгоритм определения аппроксимирующей окружности для этого массива по методу наименьших квадратов. При этом алгоритм определения может быть следующим. Запишем уравнение окружности  $a(x^2 + y^2) + bx + cy + 1 = 0$ . Запишем также минимизирующую функцию:

$$P = \sum_{i=1}^n [a(x_i^2 + y_i^2) + bx_i + cy_i + 1]^2 = \min,$$

где  $x_i$  и  $y_i$  представляют собой соответственно координаты  $t_{Ti}$  и  $R_{Ti}$  точек массива  $(t_T, R_T)$ . Запишем систему уравнений  $\frac{\partial P}{\partial a} = 0; \frac{\partial P}{\partial b} = 0; \frac{\partial P}{\partial c} = 0$ , которая в

развернутом виде выглядит так:

$$\begin{aligned} & a \sum_{i=1}^n (x_i^2 + y_i^2)^2 + b \sum_{i=1}^n (x_i^2 + y_i^2)x_i + \\ & + c \sum_{i=1}^n (x_i^2 + y_i^2)y_i = - \sum_{i=1}^n (x_i^2 + y_i^2), \\ & a \sum_{i=1}^n (x_i^2 + y_i^2)x_i + b \sum_{i=1}^n x_i^2 + c \sum_{i=1}^n x_i y_i = - \sum_{i=1}^n x_i, \\ & a \sum_{i=1}^n (x_i^2 + y_i^2)y_i + b \sum_{i=1}^n x_i y_i + c \sum_{i=1}^n y_i^2 = - \sum_{i=1}^n y_i. \end{aligned}$$

Решение этой системы позволяет получить координаты центра  $t_{Ta}, R_{Ta}$  аппроксимирующей окружности и значение ее радиуса  $R_a$ :

$$t_{Ta} = -\frac{b}{2a}; R_{Ta} = -\frac{c}{2a}; R_a = \frac{\sqrt{b^2 + c^2 - 4ad}}{2a}, \text{ где } d = 1.$$

При точном профилировании и сложном торцевом профиле  $f_\Delta$  винтовой детали, состоящем из множества состыкованных участков различной геометрической формы, после блока 12 должна следовать блок-схема алгоритма проверки полученного инструмента на наличие интерференции [5]. После этого, в случае обнаружения интерференции, варьированием параметров установки оси инструмента относительно винтовой детали (кратчайшее расстояние, угол скрещивания и положение точки скрещивания на оси детали) добиваются ее исключения. Следующей после проверки интерференции должна быть блок-

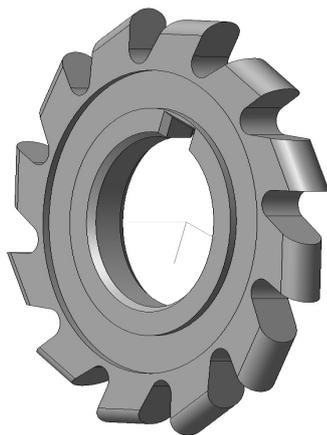


Рис. 5. Дисковый инструмент

схема алгоритма обратного профилирования, то есть определение профиля винтовой детали по профилю инструмента, полученного окружностной либо другой аппроксимацией после проверки интерференции. Полученный в результате обратного профилирования массив точек торцевого профиля винтовой детали сравнивается с исходным торцевым профилем для определения погрешности профилирования, которая ограничивается полем допуска на форму исходного торцевого профиля винтовой детали. При решении рассматриваемой производственной задачи профилирования вышеупомянутые этапы точного профилирования после блока 12 не выполнялись ввиду простой формы (дуга окружности с центром за пределами окружности торцевого сечения цилиндра винтовой детали) торцевого профиля детали и отсутствия интерференции при выборочных проверках обратным профилированием. Алгоритм определения погрешности  $\mu$  аппроксимации выполняется блоком 12. При

этом  $\Delta R_i = R_a - f_i$ , где  $f_i = \sqrt{(t_{Ta} - t_{Ti})^2 + (R_{Ta} - R_{Ti})^2}$ ;

$t_{Ti}$ ,  $R_{Ti}$  - координаты точек из блока 9. Затем определяется по массиву точек  $(t_T, R_T)$  наибольшее положительное  $\Delta R_1$ , наименьшее отрицательное значение  $\Delta R_2$  и сумма абсолютных величин  $\mu = |\Delta R_1| + |\Delta R_2|$ . Блок 13 выполняет вывод (печать) полученных в результате вычислений значений параметров:  $\varphi, t_T, R_T, t_{Ta}, R_{Ta}, R_a, \mu$ . Блок 14 начинает новый цикл работы предшествующих блоков 6-13 по новому значению параметра  $\omega = \omega_{нач} + \Delta\omega k$ , где  $k$  - счетчик циклов. Блок 15 либо обеспечивает продолжение цикловой

работы блоков 6-13 по параметру  $\omega$ , либо завершает ее с переходом к блоку 16, обеспечивающему цикловую работу блоков 3-15. Блок 17 обеспечивает по параметру  $R$  продолжение цикловой работы блоков 3-16 или завершает ее. На основании приведенной блок-схемы алгоритма профилирования дискового инструмента разработана программа на языке C++ в оболочке Borland Builder 6 с использованием OpenGL, при этом использован объектно-ориентированный подход для построения собственных классов. Так, например, создан класс MyPoint и MyRotate для моделирования точек и матриц поворотов объектов задачи профилирования и др. Минимальные системные требования: Pentium 2, 64 Mb RAM, видеокарта с полной поддержкой OpenGL. Рекомендуемые системные требования: Pentium 4/Athlon, 256 Mb RAM, видеокарта Radeon или GeForce. Компьютерная визуализация результатов профилирования дискового инструмента представлена на рисунках 4 и 5 (AutoCAD, 3-D модель). В завершение работы отметим возможность применения и обобщения предложенной геометрической модели для профилирования других инструментов и деталей машиностроения: сверл, концевых фрез; обкаточных инструментов; реек, долбяков, червячных фрез; роторов винтовых насосов и др.

#### Библиографический список

1. Панчук, К.Л. Кинематический метод профилирования дисковых инструментов / К.Л. Панчук // Известия вузов. Машиностроение. — 1979. - №11. — С. 125-129.
2. Лашнев, С.И. Расчёт и конструирование металлорежущих инструментов с применением ЭВМ / С.И. Лашнев, М.И. Юликов. — М.: Машиностроение, 1975. — 391с.
3. Щегольков, Н.Н. Алгоритм формирования рабочего профиля режущего инструмента / Н.Н. Щегольков // Вестник машиностроения. — 2002. — №1. — С. 42-44.
4. Демидович, Б.П. Основы вычислительной математики / Б.П. Демидович, И.А. Марон. — М.: Наука, 1970. — 664с.
5. Щегольков, Н.Н. Проверка интерференции при обработке винтовых поверхностей дисковыми инструментами / Н.Н. Щегольков // Вестник машиностроения. — 2001. — №6. — С. 47-51.

**ПАНЧУК Константин Леонидович**, кандидат технических наук, доцент кафедры начертательной геометрии, инженерной и компьютерной графики.

**ВИВДЕНКО Юрий Николаевич**, доктор технических наук, профессор кафедры технологии машиностроения.

**КЛИМОВ Артем Васильевич**, студент.

Дата поступления статьи в редакцию: 20.02.2008 г.

© Панчук К.Л., Вивденко Ю.Н., Климов А.В.

## ГАЗОВОЕ ДАВЛЕНИЕ В ЛИТЕЙНОЙ ФОРМЕ КАК ФУНКЦИЯ ГЕОМЕТРИИ ЕЕ. Часть 1.

В статье рассматривается установившаяся фильтрация газа в песчаной газопроницаемой литейной форме и решение задачи нахождения величины газового давления на поверхности раздела формы с отливкой или расплавленным залитым в форму металлом.

### О фильтрации газа в литейной форме

Известно, что при заливке расплавленного металла в форму в ее объеме возникает газовое давление из-за высокой скорости газообразования и недостаточной скорости газоотвода [2,3]. Это служит одной из причин образования газовых дефектов в отливке в виде газовых раковин и газовой пористости. В этой связи представляет интерес несколько аспектов данного явления — напряженность газового режима формы, геометрические очерки газовых потоков как линии равного давления, устойчивость геометрии этих очерков, пики газового давления на поверхности раздела металл-форма и время их наступления, наиболее опасные направления фильтрации газа в форме по отношению к отливке и некоторые другие.

Фильтрацию газа в литейной форме вызывает тепловой перепад по сечению стенки формы и перепад давления, который обусловлен как разностью температур на внешней и внутренней поверхностях формы (стержня), так и процессами газообразования в объеме формы вследствие теплового воздействия со стороны металла на материал формы.

Наличие градиента давления по толщине  $L$  стенки формы и затрудненная проницаемость для газа через поверхность расплавленного металла отливки, контактирующей с поверхностью формы, вызывает фильтрацию, направленную вдоль линии градиента давления от поверхности контакта формы с металлом к поверхности стока - наружной поверхности формы или знаковой части стержня. На наружной поверхности формы величина избыточного давления равна (или близка) нулю. Фильтрация газа в форме может быть как установившейся (в некотором интервале времени), так и не установившейся. Фильтрация будет установившейся, если скорости газообразования и газоотвода становятся одинаковыми, что в реальной форме быть не может. Фильтрация газа в форме всегда неустановившаяся, но как правило - ламинарная, а величина избыточного давления на поверхности  $S_k$  контакта формы с металлом может очерчиваться кривыми с одним, двумя и большим числом максимумов. Как показывает эксперимент, число максимумов зависит от условий тепло-массообмена и наличия теплоизоляционных порогов (слоев) по сечению формы, например, краска-облицовочная смесь — наполнительная смесь — это три порога разной теплоизоляционной мощности. В сырых формах по сечению стенки формы может образоваться слой сконденсированной влаги, который вызовет резкий скачек давления на этом участке (направлении) фильтрации. Условие проникновения газа в расплавленный металл отливки было установлено в работах Ю.Я. Финарти, уточнено Я.И. Медведевым и

подтверждено А.А. Рыжиковым, Ю.П. Васиным и др. исследователями теплофизических процессов, идущих в литейной форме после заливки ее металлом. Цель всех этих исследований — получение качественных отливок для машиностроения и народного хозяйства.

Точное физико-математическое описание газодинамических и тепловых процессов в литейной форме и решение соответствующих уравнений — трудно разрешимая задача. Это связано со значительными сложностями исследования как отдельных явлений газового режима, так и совокупности их в период теплового воздействия на материал формы расплавленного и кристаллизующегося металла отливки. По этой причине здесь рассматривается часть общей задачи — процесс отвода газа за пределы формы, связанный с перепадом давления по толщине  $L$  стенки формы, который устанавливается сразу после заливки последней металлом.

Будем считать, что фильтрация газа в литейной форме установившаяся. Предварительно рассмотрим основное уравнение фильтрации газа в форме.

### Основные допущения и ограничения. Уравнение фильтрации

Принимаем, что после заливки формы металлом устанавливается некоторый градиент давления по толщине  $L$  стенки формы. Величина градиента в общем случае функционально связана со временем. Считаем также, что внутренняя архитектура пористой среды, через которую фильтруется газ, не изменяется вплоть до момента выбивки отливки из формы. Поэтому пористость  $m$  и проницаемость  $k$ ,  $m^2$ , уплотненной формовочной смеси имеют постоянные значения до конца процесса. Кроме того, считаем, что процесс фильтрации или изотермический, или может считаться таковым для всех конечных интервалов времени, на которые разбивается полное время процесса. В этом случае для каждого интервала  $\Delta t_i$  времени было принято, что динамическая вязкость газа  $\mu = \text{const}$ . Отсчет времени начинается в момент образования полного контакта между поверхностью формы и расплавленным металлом и завершается после затвердевания металла по всему сечению отливки.

На основании принятых допущений и ограничений можно принять в качестве основного уравнения фильтрации газа уравнение Л.С. Лейбензона [1, с.82], полученное при решении задачи о ламинарном течении газа в пористой недеформируемой среде с постоянными проницаемостью  $k$  и вязкостью  $\mu$ :

$$\nabla^2 q = \left( \frac{m\mu}{k} \cdot \frac{dp}{dq} \right) \cdot \frac{\partial q}{\partial t}, \quad (1)$$

где  $m$  – пористость,  $k, m^2$ , – проницаемость,  $\rho, \text{кг/м}^3$ , – плотность газа,  $\mu, \text{Па}\cdot\text{с}$ , – динамическая вязкость,  $q$  – функция давления,  $t$  (с) – время процесса.

Функция  $q$  давления в уравнении (1) определена соотношением

$$q = q(p) = \int \rho(dp), \quad (2)$$

где  $p$  – давление (Па).

**Частные случаи основного уравнения.  
Процесс политропический**

В этом случае давление  $p$  связано с плотностью  $\rho$  газа характеристическим уравнением

$$p^n = \beta\rho, \quad (3)$$

Или

$$p^{\frac{1}{n}} = \beta_1\gamma, \quad (4)$$

где  $\gamma$  – удельный вес газа,  $\text{Н/м}^3$ , причем

$$\gamma = \rho g, \text{ а } \beta_1 = \frac{\beta}{g}, \quad (5)$$

$g$  – ускорение силы тяжести,  $\text{м/с}^2$ ;  $n$  – показатель политропы;  $\beta$  и  $\beta_1$  – газовые постоянные, определяемые на основании опытов.

Подставим значение  $\rho$  из соотношения (3) в (2), тогда

$$q = \frac{n}{\beta(n+1)} \cdot p^{\frac{n+1}{n}}. \quad (6)$$

Решая уравнение (6) относительно величины  $p^n$ , и внося это решение в характеристическое уравнение (3), получим

$$\rho = \frac{1}{\beta} \left[ \frac{q\beta(n+1)}{n} \right]^{\frac{1}{n+1}}, \quad (7)$$

Тогда

$$\frac{d\rho}{dq} = \frac{1}{n} \left[ \frac{\beta(n+1)}{q} \right]^{\frac{n}{n+1}}. \quad (8)$$

Внесем решение (8) в исходное уравнение (1) и получим уравнение фильтрации газа для случая политропического процесса

$$\nabla^2 q = \xi_1 \cdot q^{-\frac{n}{n+1}} \cdot \frac{\partial q}{\partial t}, \quad (9)$$

где обозначено

$$\xi_1 = \frac{m\mu}{nk} \left[ \frac{n}{\beta(n+1)} \right]^{\frac{n}{n+1}}. \quad (10)$$

**Изотермический процесс**

Показатель процесса  $n = 1$ , поэтому из соотношений (3) и (2) найдем

$$\left. \begin{aligned} p &= \beta\rho \\ q &= \frac{p^2}{2\beta} \\ \rho &= \sqrt{\frac{2q}{\beta}} \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

а уравнение (1) с учетом равенств (11) принимает вид

$$\nabla^2 q = \frac{\xi_2}{\sqrt{q}} \cdot \frac{\partial q}{\partial t}, \quad (12)$$

где введено обозначение

$$\xi_2 = \frac{m\mu}{k \cdot \sqrt{2\beta}}. \quad (13)$$

**Установившаяся фильтрация газа  
в литейной форме**

При установившейся фильтрации газа давление  $P$  не зависит от времени, а есть функция координат ( $x, y, z$ ). Для газа массовыми силами  $X, Y$  и  $Z$  можно пренебречь [1, 3], тогда уравнение фильтрации будет иметь вид (1) или в развернутом виде

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial x} \left( k \frac{\partial q}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( k \frac{\partial q}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( k \frac{\partial q}{\partial z} \right) = \\ = m\mu \frac{d\rho}{dq} \cdot \frac{\partial q}{\partial t}. \end{aligned} \quad (14)$$

По определению установившегося движения

$$\frac{\partial q}{\partial t} = 0 \quad (15)$$

поэтому уравнение (14) можно преобразовать к виду

$$\nabla^2 q = 0 \quad (16)$$

В уравнении (16) учтено, что отношение  $k/m = \text{const}$ . Для компонентов скорости фильтрации газа в этом случае получаем

$$\rho U_\ell = -\frac{k}{\mu} \cdot \frac{\partial q}{\partial \ell}, \quad (17)$$

где  $\ell$  – направление фильтрации. Изотермы и изобары такого потока – плоскости, равноудаленные от плоскости YOZ на расстоянии  $x$  от этой плоскости (рис.1).

**Одномерная установившаяся фильтрация газа  
в литейной форме**

Принимаем, что фильтрация газа осуществляется по направлению вдоль оси X (рис.1), в соответствии с уравнением (16), т.е.

$$\frac{d^2 q}{dx^2} = 0 \quad (18)$$

Решение этого уравнения известно:

$$q = c_1 x + c_2 \quad (19)$$

Постоянные интегрирования  $C_1$  и  $C_2$  определим из граничных условий:

$$x = 0: \quad p = p_1 = p_c = p_a, \quad \text{а } q = q_1 = q_c$$

$$x = L: \quad p = p_2 = p_k, \quad \text{а } q = q_2 = q_k,$$

где индекс «с» отнесен нами к поверхности  $S_c$  ( $S_1$ ) стока газа, а индекс «к» – к поверхности  $S_k$  контакта формы с металлом.

Подставим граничные значения  $p_1$  и  $p_2$  в уравнение (6)

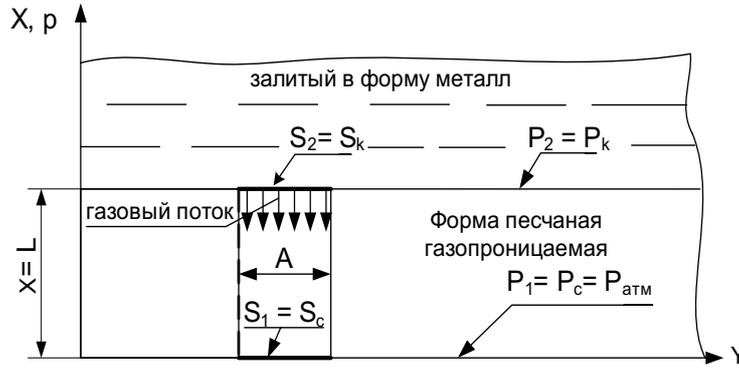


Рис. 1. Модель газового потока в стенке постоянной толщины литейной формы

$$\begin{aligned} q_1 &= \frac{n}{\nu(n+1)} \cdot p_1^{\frac{n+1}{n}}, \\ q_2 &= \frac{n}{\nu(n+1)} p_2^{\frac{n+1}{n}}. \end{aligned} \quad (20)$$

а значения  $q_1$  и  $q_2$  в решение (19), тогда произвольные постоянные

$$c_1 = \frac{q_2 - q_1}{L}, \quad c_2 = q_1,$$

и решение уравнения (18) примет окончательный вид

$$q = q_1 - \frac{q_1 - q_2}{L} \cdot x. \quad (21)$$

Уравнение (21) дает закон распределения давления по сечению стенки формы при одномерной установившейся фильтрации газа в ней, если процесс считать политропическим.

Дифференцируя это уравнение по координате «x» ( $0 \leq x \leq L$ ), получим

$$\frac{dq}{dx} = -\frac{q_1 - q_2}{L} = \frac{q_2 - q_1}{L}. \quad (22)$$

С учетом представления (22) уравнение (17) скорости фильтрации газа в форме принимает вид

$$\rho U = -\frac{k}{\mu} \cdot \frac{q_1^2 - q_2^2}{2\beta L}. \quad (23)$$

Для изотермической фильтрации в соответствии с равенствами (11) величина  $q = (1/2\beta) \cdot p^2$ , поэтому, внося это значение  $q$  в решения (21) и (23) находим

$$p^2 = p_1^2 - \frac{p_1^2 - p_2^2}{L} \cdot x, \quad (24)$$

$$\rho U = -\frac{k}{\mu} \cdot \frac{p_1^2 - p_2^2}{2\beta L}. \quad (25)$$

Если рассматривать некоторую условную трубку тока с площадью поперечного сечения  $A$ , выделенную в стенке формы (рис. 1), то весовую скорость  $G$  фильтрации газа через такую трубку ( $n = 1$ ) найдем из соотношения

$$G = \rho U \cdot g \cdot A = U \cdot \gamma \cdot A \quad (26)$$

где  $\gamma$  - удельный вес газа, а  $g$  - ускорение силы тяжести.

Из уравнения (26) находим

$$\rho U = \frac{G}{g \cdot A}. \quad (27)$$

Сравнивая выражения (25) и (27) получаем соотношение для весовой скорости

$$G = -\frac{kg}{2\mu\beta} \cdot \frac{A}{L} (p_1^2 - p_2^2). \quad (28)$$

Определим объемный расход  $Q_v$  газа через стенку формы

$$Q_v = \frac{G}{\gamma}, \quad (29)$$

а с учетом формулы (28)

$$Q_v = -\frac{kg}{2\mu\beta\gamma} \cdot \frac{A}{L} (p_1^2 - p_2^2). \quad (30)$$

Из уравнения (30) следует линейность объемной скорости фильтрации газа относительно разности квадратов давления по высоте  $L$  стенки формы (рис. 1).

Результаты (24), (28) и (30) получили разнообразное экспериментальное подтверждение и в настоящей работе, и в ряде других.

Объемную скорость фильтрации можно отнести к нормальным условиям ( $p = 1 \text{ атм.}$ ,  $T = 15^\circ \text{ С}$ ), тогда в равенство (20) потребуется внести  $\gamma_0$  вместо  $\gamma$ .

Если в качестве характеристического уравнения принять соотношение (4), то формулы (25) и (30) примут соответственно вид:

$$\gamma \cdot U = -\frac{k}{\mu} \cdot \frac{p_1^2 - p_2^2}{2\beta_1 L}, \quad (31)$$

$$Q_v = -\frac{k}{\mu} \cdot \frac{1}{2\beta_1 \gamma} \cdot \frac{F}{L} (p_1^2 - p_2^2), \quad (32)$$

где  $\beta_1 = \beta g$ , причем  $\beta$  определяется соотношением (3). Уравнение (3), (4) и (32) позволяют установить физический смысл величин  $\beta, \beta_1, \beta \rho, \beta_1 \gamma$ .

Решение уравнения (24) относительно  $p_2$  при  $x = L$  и  $p_1 = p_{\text{атм}}$  дает величину давления на поверхности раздела металл форма. Это позволяет сделать оценку уровня напряженности газового давления в форме и определить необходимо-минимальную толщину стенки формы по любому направлению фильтрации с учетом ее прочности. Как это сделать, будет показано далее, во второй части настоящей работы.

**Выводы**

1. Предложено решение задачи оценки газового давления в форме для случая установившегося движения газового потока по толщине стенки собственно формы при заливке последней металлом. В основу решения положены уравнения фильтрации Дарси-Лейбензона для недеформируемой пористой среды.

2. Другой важный результат полученного решения - впервые стало возможно определение объемного расхода формовых газов через стенку формы расчетным путем, а также получение оценки требуемой величины пропускной способности  $M$  стенки формы и величины коэффициента  $K$  газопроницаемости формовочной смеси при известных исходных или закладываемых параметрах технологического процесса.

3. Полученные результаты несложно применить для проектирования форм и стержней и технологического процесса получения отливок без газовых раковин на специализированных машиностроительных предприятиях и в литейных цехах или участках.

**Библиографический список**

1. Лейбензон Л.С. Движение природных жидкостей и газов в пористой среде. / М.-Л.: Гостехтеориздат, 1947. - 283 с.
2. Медведев Я.И. Газовые процессы в литейной форме. / М.: Машиностроение, 1980. - 195 с.
3. Фильтрационные характеристики песчаных литейных форм и стержней. Типовые кривые газового давления в форме / Бондарев О.А., Медведев Я.И. // Омский научный вестник. — 2007. — вып.1(52) - С. 51-58 - Рус.

**БОНДАРЕВ Олег Александрович**, кандидат технических наук, доцент кафедры начертательной геометрии, инженерной и компьютерной графики.

Дата поступления статьи в редакцию: 26.02.2008 г.

© Бондарев О.А.

УДК 621.3

**В. И. ГЛУХОВ  
А. Н. ГОЛОВАШ  
С. Н. ДОЛЖИКОВ  
В. Г. ШАХОВ**

Омский государственный  
технический университет  
Научно-исследовательский институт  
технологии, контроля и диагностики  
Омский государственный  
университет путей сообщения

## **ПРИМЕНЕНИЕ ЗАДАЧИ КВАЛИМЕТРИИ НА ПРИМЕРЕ КОЛЕСНЫХ ПАР ВАГОНОВ**

**В статье описывается применение квалиметрии на примере колесных пар грузовых и пассажирских вагонов. Обсуждаются проблемы выбора базовых поверхностей, осей и точек и возникающие по этому поводу погрешности.**

Современная система технического обслуживания вагонов невозможна без проведения качественного и своевременного контроля ее параметров в процессе эксплуатации [1]. Для проведения операций контроля используется множество различных средств измерений.

Основным движущимся элементом вагонов железнодорожного транспорта являются *колесные пары*, представляющие собой собственно колеса, жестко напрессованные на ось. Колесная пара и ее геометрические величины приведены на рис. 1, где отражены номинальные размеры, допуски, конусности и базовые области, относительно которых должны проводиться измерения.

Несмотря на кажущуюся простоту геометрии колесной пары, в нормируемые метрологические величины

включено большое количество размеров, что видно из чертежа. Главной особенностью измерений является то, что неверно заданы базовые поверхности, относительно которых должны производиться измерения. Кроме этого, большую роль играет профиль поверхности катания колеса, в том числе конусность и ширина гребня, препятствующего сходу колеса с рельса.

Профиль поверхности катания колес во многом определяет качество колесной пары и потери на трение, а также влияет на безопасность движения. Кроме того, дефекты контактной пары «колесо-рельс» в значительной степени влияют на энергетические затраты поездов, следовательно, на экономику железнодорожных перевозок.

Рассмотрим некоторые типы влияющих дефектов колесной пары на погрешности при измерениях. Один



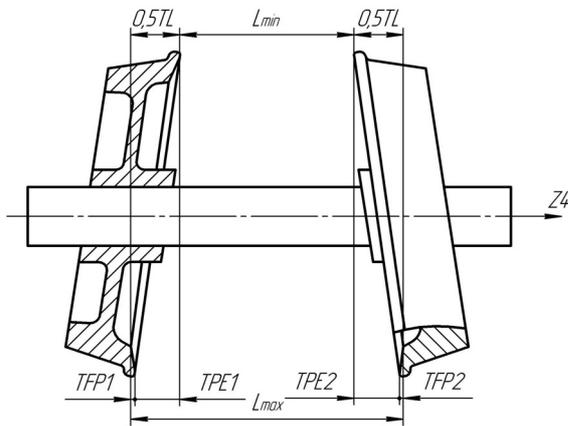


Рис. 2. Встречный перекас колес

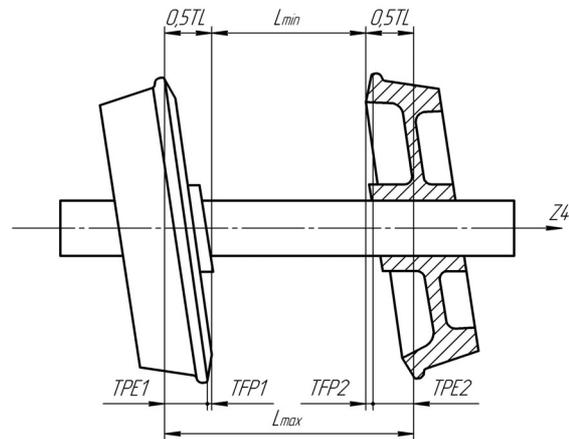


Рис. 3. Односторонний перекас колес

мости от знака действующая в направлении движения или против него;

– осевая составляющая  $F_o(t)$ , направленная перпендикулярно вектору движения и действующая как на подшипники, так и непосредственно на рабочие поверхности колес.

В качестве очевидных предположений о влиянии вышеописанных дефектов можно сформулировать следующее. Динамическая функция силы зависит от совокупности дефектов колесных пар, связанных со всеми некорректными процедурами контроля, ремонта, сборки и текущей эксплуатации подвижных единиц.

Введенные функции могут участвовать в вычислении результирующей составляющей  $F_p(t)$  из очевидного соотношения:

$$F_p(t) = \sqrt{[F_{\Sigma}^2(t) + F_o^2(t) + F_p^2(t)]} \quad (1)$$

Главное, что вытекает из выражения (1), может сводиться к следующим промежуточным выводам.

1. Динамические составляющие воздействий зависят от скорости движения (т.е. от угловой скорости вращения оси колесной пары). Поэтому целесообразно нормировать (приводить) выражение (1) к скорости вращения колесной пары.

2. Существует базовая оценка подвижной единицы в виде нагрузки на ось, выражаемой в тоннах и изменяющейся в достаточно широких пределах, особенно для грузовых вагонов. В пассажирских перевозках масса вагона в порожнем и загруженном состоянии изменяется незначительно, что упрощает анализ.

3. Считаем, что представляемая динамическая модель линейна, т.е. может описываться системой линейных дифференциальных уравнений произвольного порядка с постоянными коэффициентами вида:

$$\frac{dy(t)}{dt} = \frac{a_0 d^s x(t)}{dt^s} + \frac{a_1 d^{s-1} x(t)}{dt^{s-1}} + \dots + a_s x(t) + a_{s+1} \quad (2)$$

То же выражение может быть описано в рамках преобразования Лапласа, преобразуясь в алгебраическое уравнение с постоянными коэффициентами. Как известно [2], решение однородного дифференциального уравнения обычно ищется в виде показательных или тригонометрических функций. В нашем случае целесообразно приводить решение в тригонометри-

ческой форме, поскольку появляется возможность проводить исследования в частотной области.

Можно предварительный результат решения уравнения (2) качественно интерпретировать таким образом, что большинство дефектов колесной пары сосредоточено на основной частоте и кратных ей частотах (за исключением дефектов буксовых подшипников, в основном расположенных на более высоких, но коррелированных со скоростью вращения частотах), а соотношение трех составляющих может дать дополнительную информацию о виде дефекта.

Дополнительные исследования необходимо проводить при изменении профиля пути и динамики изменения тяги локомотива и движения поезда. Профиль пути в действительности описывается в трехмерных координатах, т.е. имеет 6 степеней свободы, сводящихся на практике к следующим оценкам:

- профиль пути, в основном характеризующий отклонение от горизонтали (подъем или спуск);
- вписывания в кривые, оценивающиеся радиусом закругления;
- уклоны в направлении, перпендикулярном оси движения (делаются специально на участках поворотов с целью предотвращения опрокидывания вагонов).

Кроме этих, присутствуют более мелкомасштабные составляющие, в частности, связанные с неидеальностью пути, которая возникает в результате ошибок при ремонте и дефектов подстилающей части, а также существующими стыками между рельсами. Например, если в подушке рельсового полотна возникают пустоты под шпалами, они с течением времени под действием проходящих поездов увеличиваются, что приводит к серьезным динамическим воздействиям как на путь, так и на колесные пары.

Можно формализовать проблему исследования влияния дефектов колесных пар на динамику их работы следующим образом. Введем вектор коэффициента влияния I-го дефекта, обозначив его через  $\Theta_I$ . Вектор, в свою очередь, раскладывается на три составляющих,  $\Theta_{IB}$ ,  $\Theta_{IG}$  и  $\Theta_{IO}$ . Исходя из принципа Даламбера [3], можно считать, что для линейной системы, какой является колесная пара, результирующие составляющие усилий в трех независимых направлениях вычисляются как среднеквадратические:

$$\Theta_{PB} = \sqrt{(\sum \Theta_{IB})} \quad (3)$$

$$\Theta_{PG} = \sqrt{(\sum \Theta_{IG})} \quad (4)$$

$$\Theta_{FO} = \sqrt{(\sum_i \Theta_{iO})} \quad (5)$$

Если теперь предположить, что существуют разные степени влияния дефектов на конечный результат, можно подкоренные составляющие нормировать относительно наибольшей составляющей. Предположим, горизонтальная составляющая из выражения (4) максимальна с индексом J. Тогда нормирование состоит в делении всех членов суммы на эту величину:

$$\Theta_{iF} = \Theta_{iF} / \Theta_{JF} \quad (6)$$

Полученные относительные величины можно проранжировать в порядке убывания, после чего выделить значимые величины по всем трем координатам. Для выделения значимости используется аппарат, рассмотренный в [4].

Вторая задача – разработка комплекса контрольно-измерительного оборудования линейных и угловых размеров колесных пар. Комплекс основан на знании ряда влияющих величин и на основании критериев обеспечения безопасности железнодорожных перевозок. Авторами на основе предложенной методики освоено мелкосерийное производство специализированного измерительного инструмента для соответствующих измерений [6].

#### Библиографический список

1. Вериго М. Ф., Коган А. Я. Взаимодействие пути и подвижного состава. – М.: Транспорт, 1986.
2. Машиностроение. Энциклопедия. Т. 1-3. В 2-х кн. Кн. 1.

М.: Машиностроение, 1994.

3. Владимиров В.С. Уравнения математической физики. – М.: Наука, 1971.

4. Техническая диагностика и надежность железнодорожной техники; под ред. А.Н. Головаша. – М.: «Спутник +», 2006.

5. Каталог средств измерений для предприятий вагонного грузового хозяйства. – Омск: ГУП Центр «Транспорт», 2006.

**ГОЛОВАШ Анатолий Нойович**, кандидат технических наук, генеральный директор научно-исследовательского института технологии, контроля и диагностики.

**ГЛУХОВ Владимир Иванович**, доктор технических наук, профессор кафедры метрологии и приборостроения Омского государственного технического университета, научный консультант научно-исследовательского института технологии, контроля и диагностики.

**ДОЛЖИКОВ Сергей Николаевич**, кандидат технических наук, доцент кафедры «Локомотивы» Омского государственного университета путей сообщения.

**ШАХОВ Владимир Григорьевич**, кандидат технических наук, профессор кафедры автоматизации и систем управления Омского государственного университета путей сообщения, научный консультант научно-исследовательского института технологии, контроля и диагностики.

Дата поступления статьи в редакцию: 25.04.2008 г.

© Головаш А.Н., Глухов В.И., Должиков С.Н., Шахов В.Г.

## Книжная полка

**Вивденко, Ю. Н. Технология восстановления и ремонта машин [Текст] : конспект лекций / Ю. Н. Вивденко, С. А. Резин ; ОмГТУ. - Омск : Изд-во ОмГТУ, 2007. - 75 с. : рис., табл. - Библиогр.: с. 75.**

Изложены основные понятия и закономерности основ технологии восстановления и ремонта машин на этапах выявления дефектов, расчета размеров деталей, понятия восстановительного слоя сваркой и газотермическим напылением и автоматизированного проектирования технологических процессов. Материалы конспекта лекций подготовлены с учетом опыта ремонтно-восстановительных производств в автотракторных, авиационных, нефтегазовых и других отраслях машиностроения.

По вопросам приобретения - (3812) 65-23-69

E mail: libdirector@omgtu.ru.

621.9/Г12

**Гаврилов, В. А. Оборудование машиностроительного производства [Текст] : конспект лекций / В. А. Гаврилов ; ОмГТУ. - Омск : Изд-во ОмГТУ, 2007. - 74 с. : рис., табл. - Библиогр.: с. 73.**

Овладение методиками синтеза и анализа кинематических схем, точностных расчетов станка является важным вопросом подготовки специалистов – машиностроителей. В пособии рассмотрены основные теоретические положения кинематики металлорежущих станков, синтеза и анализа кинематической структуры и схем на основе принципов формообразования поверхностей деталей при механической обработке. Издание иллюстрировано схемами, рисунками, таблицами, графиками.

По вопросам приобретения - (3812) 65-23-69

E mail: libdirector@omgtu.ru.

## ТЕРМОГАЗОДИНАМИЧЕСКИЕ ПРОЦЕССЫ В ОБЪЕМАХ ПНЕВМОАМОРТИЗАТОРА С АКТИВНЫМ УПРАВЛЕНИЕМ УПРУГО- ДЕМПФИРУЮЩИХ ХАРАКТЕРИСТИК

**В работе построена и исследована модель термогазодинамических процессов в объемах пневмоамортизатора (ПА) (рис.1) с разработанным клапанным устройством (с импульсным электроклапаном) [1] при различных режимах работы ПА с учетом динамики амортизируемого объекта (АО). Выбор режима работы ПА осуществляется системой управления импульсным электродинамическим клапаном ПА [2].**

В зависимости от конструкции клапанных устройств и их настройки ПА могут работать в различных режимах и иметь широкий диапазон упруго - демпфирующих характеристик. В связи с этим возникает необходимость выбора оптимальных режимов работы каждого типа ПА с управлением упруго - демпфирующих характеристик и описание их рабочих процессов через термодинамические параметры. При этом необходимо получить общие системы дифференциальных уравнений, включающие и уравнения динамики амортизируемого объекта для каждого ПА, решение которых позволило бы провести соответствующий анализ и выявить основные закономерности и особенности в работе, как самих ПА, так и управляемых клапанных устройств.

Термогазодинамические исследования процессов, вызываемых теми или иными причинами, проводятся обычно в двух направлениях: устанавливается закономерность изменения массы газа в процессе перетекания из одного объема ПА в другой и выявляется особенность превращения в ней энергии. При установлении закономерностей изменения массы газа выводятся уравнения термодинамического процесса и уравнения, связывающие параметры газа. При установлении особенностей превращения энергии в ПА, определяется количество тепла, сообщаемое газу, изменение его внутренней энергии и внешняя работа.

При работе ПА в их рабочих и дополнительных объемах периодически находится неодинаковое количество газа. Рабочий объем, как правило, изменяется во времени и вместе с тем изменяется состояние газа (давление, масса газа в объемах, температура), что приводит к изменению внутренней энергии. Так, например, при сжатии ПА затрачивается подведенная работа  $dL$ , в результате чего увеличивается внутренняя энергия  $dU$ , что вызывает повышение температуры. При повышении температуры некоторое количество тепла  $dQ$  вследствие непрерывного теплообмена передается к стенкам ПА и в окружающую среду, находящихся при более низкой температуре. Это явление незначительно влияет на колебательный процесс АО. Так же на колебательный

процесс АО оказывают влияние силы трения в местах сопрягаемых деталей ПА (резинокордной оболочки и направляющих арматур), силы трения, возникающие вследствие деформации силового корда (каркаса) и в целом оболочки, силы трения в направляющих роликах, в шарнирных элементах и так далее. Суммарная сила трения определяется, как правило, опытным путем, то есть при снятии рабочих характеристик ПА без какого-либо демпфирующего устройства и уточняется при свободных колебаниях АО. Экспериментальными исследованиями [3] было установлено, что суммарная сила трения в РКО приблизительно равна  $0,01Mg$  (логарифмический декремент затухания  $\delta = 0,75$ ).

Однако демпфирующая способность ПА за счет теплоотдачи через стенки в окружающую среду и диссипации энергии в РКО недостаточно для интенсивного демпфирования колебаний АО и требуется постановка специальных гасителей колебаний, обеспечивающие поглощение энергии 50-70% и более.

При работе ПА с дроссельными и клапанными устройствами процессы движения газа, если рассматривать их в общем виде, очень сложны. Движение газа может быть установившееся и не установившееся [4 – 6]. В первом случае скорость и другие параметры, определяющие состояние газа в каждой данной точке пространства рабочего или дополнительного объемов не меняется во времени, во втором случае они меняются с течением времени.

Различают вихревые и безвихревые движения газа [7]. В реальных условиях, из-за действия сил вязкого трения, постоянно образуются вихревые движения. Различают адиабатические течения, при которых не происходит теплообмена между потоком газа и внешней средой, и не адиабатические течения, при которых потоку газа сообщается или отбирается от него тепло [8].

Таким образом, учитывая свойства реальных газов при решении конкретных практических задач истечения газов при переменном давлении из переменных объемов, представляет значительные трудности. Само движение является не установившимся в самом общем случае, что усложняет решение задачи истечения газа. Поэтому в дальнейшем, при исследовании термодина-

мических процессов в ПА с целью упрощения расчета будем пользоваться уравнением состояния идеальных газов. Следует иметь в виду, что уравнение состояния можно применять только в тех случаях, когда во всей их массе имеются одинаковые параметры газа. На основании вышесказанного, при составлении уравнений примем следующие допущения:

1. Рабочий газ в ПА подчиняется законам идеальных газов.

2. Температура окружающей среды постоянна и равна  $T_c$ .

3. Вследствие кратковременности воздействия внешний теплообмен не учитывается и рабочий процесс в ПА считается адиабатическим.

4. Процессы выравнивания давления в объемах ПА при коммутации объемов происходят мгновенно.

5. Движение АО происходит в вертикальном направлении.

6. Эффективная площадь ( $S_3$ ) ПА при движении АО не меняется.

7. Утечки газа из ПА отсутствуют.

Для определения термогазодинамических параметров в объемах ПА выделим следующие режимы работы ПА.

**Первый режим.** Происходит процесс выравнивания давления в объемах ПА, при этом давление газа в дополнительном объеме  $P_q$  больше, чем давление газа в рабочем объеме  $P_p$ :  $P_q > P_p$ , скорость вертикального перемещения  $\dot{z}_0 = 0$ , клапан открыт, происходит истечение газа из дополнительного объема в рабочий объем:  $V_q \rightarrow V_p$ .

**Второй режим.** Амортизатор сжимается, клапан закрыт  $\dot{z}_0 < 0$ ,  $P_p > P_q$ .

**Третий режим.** Происходит процесс выравнивания давления в объемах ПА при этом  $\dot{z}_0 = 0$ ,  $P_p > P_q$ , клапан открыт, происходит истечение газа из рабочего объема в дополнительный объем:  $V_p \rightarrow V_q$ .

**Четвертый режим.** Амортизатор разжимается, клапан закрыт  $\dot{z}_0 > 0$ ,  $P_p < P_q$ .

Рассмотрим каждый режим работы ПА в отдельности.

**Первый режим.** При этом режиме в начале хода сжатия происходит процесс выравнивания давления в объемах ПА. Истечение газа происходит из дополнительного объема в рабочий объем.

Уравнение первого закона термодинамики для данного режима будет иметь вид: для рабочего объема

$$dU_p + dL_p = dQ_{\Delta m}, \quad (1)$$

где  $dL_p$  – элементарная работа, совершаемая над газом при сжатии ПА,

$$dL_p = P_p dV_p; \quad (2)$$

$dV_p$  – изменение рабочего объема при сжатии ПА,  
 $dU_p$  – изменение внутренней энергии в объемах ПА;

$$dU_p = C_v T_p dm_p + C_v m_p dT_p, \quad (3)$$

$C_v$  – удельная теплоемкость воздуха при постоянном объеме;

$T_p, dT_p$  – температура и изменение температуры воздуха в рабочем объеме;

$m_p, dm_p$  – масса и изменение массы воздуха в ра-

бочем объеме ПА в текущий момент времени;

$dQ_{\Delta m}$  – элементарное количество тепла, вынесенное текущим газом с массой  $dm_{q \rightarrow p}$  из дополнительного объема в рабочий объем,

$$dQ_{\Delta m} = C_p T_q dm_{q \rightarrow p},$$

$$\text{где } T_q = \frac{P_q V_q}{R m_q}, \quad C_p = R \frac{k}{k-1}, \quad C_v = \frac{C_p}{k},$$

$C_p$  – удельная теплоемкость воздуха при постоянном давлении;

$R$  – газовая постоянная;

$k$  – показатель адиабаты;

$m_q, dm_q$  – масса и изменение массы воздуха в дополнительном объеме ПА в текущий момент времени;

$T_q$  – температура воздуха в дополнительном объеме,

тогда

$$dQ_{\Delta m} = \frac{k}{k-1} \frac{P_q V_q}{m_q} dm_{q \rightarrow p}; \quad (4)$$

из уравнения состояния газа определим  $dT_p$

$$dT_p = \frac{P_p dV_p + V_p dP_p - RT_p dm_{p \rightarrow q}}{R m_p},$$

$dP_p$  – изменение давления газа в рабочем объеме при сжатии ПА.

Подставив значения  $C_v$  и  $dT_p$  в уравнение (3) и преобразовав, получим

$$dU_p = \frac{1}{k-1} (P_p dV_p + V_p dP_p) \quad (5)$$

Таким образом, используя полученные выражения (2), (4) и (5) уравнение (1) примет вид

$$\frac{dP_p}{dt} = - \frac{k P_p S_3 \dot{z}_0}{V_{p0} + S_3 z_0} + \frac{k P_q V_q}{V_p m_q} \frac{dm_{q \rightarrow p}}{dt}, \quad (6)$$

$S_3$  – эффективная площадь ПА;

$P_{p0}, V_{p0}$  – давление газа в рабочем объеме и рабочий объем ПА при статическом положении АО;

$z_0, \dot{z}_0, \ddot{z}_0$  – относительные перемещения, скорость и ускорение АО;

Уравнение первого закона термодинамики для данного режима будет иметь вид:

Для дополнительного объема

$$dU_q + dL_q = - dQ_{\Delta m}.$$

По аналогии

$$dU_q = \frac{1}{k-1} (P_q dV_q + V_q dP_q), \\ dL_q = P_q dV_q,$$

где  $dV_q = 0$ , так как  $V_q = const$ , следовательно,

$$dU_q = \frac{1}{k-1} V_q dP_q,$$

$$dL_q = 0,$$

$$dQ_{\Delta m} = \frac{k}{k-1} \frac{P_q V_q}{m_q} dm_{q \rightarrow p};$$

Таким образом, окончательное уравнение для дополнительного объема примет вид

$$\frac{dP_q}{dt} = - \frac{k P_q}{m_q} \frac{dm_{q \rightarrow p}}{dt}, \quad (7)$$

Из теории истечения газов [6,9] расход газа через

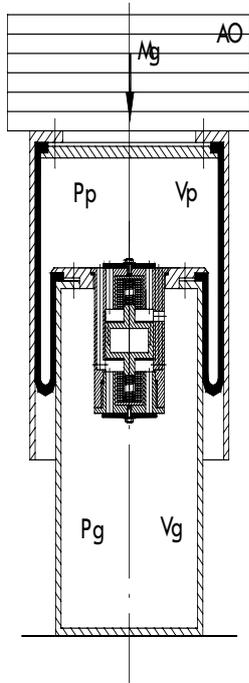


Рис. 1. Пневмоамортизатор

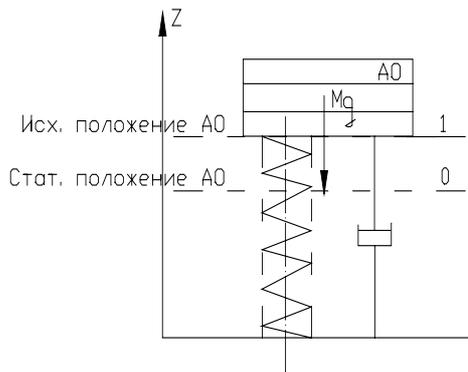


Рис. 2. Расчетная схема динамики ПА

проходное сечение клапана при коммутации объемов, при докритическом режиме,

когда  $\frac{P_q}{P_p} > 0,528$ :

$$\frac{dm_{p \rightarrow q}}{dt} = \mu F_{\text{кл}} \sqrt{\frac{2k P_q m_q}{k-1 V_q} \left[ \left( \frac{P_p}{P_q} \right)^{\frac{k-1}{k}} - 1 \right]}$$

при критическом режиме  $\frac{P_q}{P_p} \leq 0,528$ :

$$\frac{dm_{p \rightarrow q}}{dt} = \mu F_{\text{кл}} \sqrt{\frac{2k P_q m_q}{k-1 V_q} \left( \frac{2}{k+1} \right)^{\frac{2}{k-1}}}$$

$F_{\text{кл}}$  – площадь проходных сечений клапана;  
 $\mu$  – коэффициент расхода газа через клапан;  
 или

$$\frac{dm_{q \rightarrow p}}{dt} = \mu F_{\text{кл}} \sqrt{\frac{2k P_p m_p}{k-1 V_p} \left[ \left( \frac{P_q}{P_p} \right)^{\frac{k-1}{k}} - 1 \right]}$$

$$\frac{dm_{q \rightarrow p}}{dt} = \mu F_{\text{кл}} \sqrt{\frac{2k P_p m_p}{k-1 V_p} \left( \frac{2}{k+1} \right)^{\frac{2}{k-1}}} \quad (8)$$

Тогда, с учетом уравнений (6 – 8) система дифференциальных уравнений, описывающая первый режим работы ПА, будет иметь вид

$$\frac{dP_p}{dt} = -\frac{kP_p S_3 \dot{z}_0}{V_{p0} + S_3 z_0} + \frac{kP_q V_q}{V_p m_q} \frac{dm_{q \rightarrow p}}{dt},$$

$$\frac{dP_q}{dt} = -\frac{kP_q}{m_q} \frac{dm_{q \rightarrow p}}{dt},$$

$$\frac{dm_{q \rightarrow p}}{dt} = \mu F_{\text{кл}} \sqrt{\frac{2k P_p P_q m}{k-1 V_p} \left[ \left( \frac{P_p}{P_q} \right)^{\frac{k-1}{k}} - 1 \right]}$$

при  $\frac{P_q}{P_p} \geq 0,528$ ,

$$\frac{dm_{q \rightarrow p}}{dt} = \mu F_{\text{кл}} \sqrt{\frac{2k P_p P_q m}{k-1 V_p} \left( \frac{2}{k+1} \right)^{\frac{2}{k-1}}}$$

при  $\frac{P_q}{P_p} \leq 0,528$ ,

$$V_p = V_{p0} + S Z_0 + V$$

$$\dot{Z}_0 = \frac{dz_0}{dt},$$

$$M \ddot{z} = (P_p - P_q) S - Mg - R_{\Sigma} \left( \text{sign} \dot{z}_0 \right) - \ddot{z}_n(t). \quad (9)$$

$Z_n, \dot{Z}_n, \ddot{Z}_n$  – абсолютные перемещения, скорость и ускорение основания ПА;

$M$  – масса амортизированного объекта;

$g$  – ускорение силы тяжести;

$R_{\Sigma}$  – сила трения, зависящая от скорости движения АО.

**Второй режим.** При этом режиме работы ПА клапан закрыт.

Напишем систему дифференциальных уравнений, описывающую второй режим работы ПА

$$\frac{dP_p}{dt} = -\frac{kP_p S_3 \dot{z}_0}{V_{p0} + S_3 z_0};$$

$$\dot{Z}_0 = \frac{dz_0}{dt};$$

$$M \ddot{z} = (P_p - P_q) S_3 - Mg -$$

$$-R_{\Sigma} \left( \text{sign} \dot{z}_0 \right) - \ddot{z}_n(t) \quad (10)$$

где  $P_a$  – атмосферное давление.

**Третий режим.** Происходит процесс выравнивания давления в объемах ПА, при этом  $\dot{Z}_0 = 0, P_p > P_a$ , клапан открыт, истечение газа происходит из  $V_p \rightarrow V_a$ .

Система дифференциальных уравнений, описывающая этот режим работы ПА имеет вид

$$\frac{dP_p}{dt} = -\frac{kP_p S_{\Sigma} \dot{z}_0}{V_{p0} + S_{\Sigma} z_0} + \frac{kP_p}{m_p} \frac{dm_{p \rightarrow q}}{dt};$$

$$\frac{dP_q}{dt} = \frac{kP_p V_p}{m_p V_q} \frac{dm_{p \rightarrow q}}{dt};$$

$dm_{p \rightarrow q}$  – масса газа, перенесенная из рабочего объема в дополнительный объем,

$$\frac{dm_{p \rightarrow q}}{dt} = \mu F_{\text{кл}} \sqrt{\frac{2k}{k-1} \frac{P_q m_q}{V_q} \left[ \left( \frac{P_p}{P_q} \right)^{\frac{k-1}{k}} - 1 \right]}$$

$$\text{при } \frac{P_q}{P_p} \geq 0,528$$

$$\frac{dm_{p \rightarrow q}}{dt} = \mu F_{\text{кл}} \sqrt{\frac{2k}{k-1} \frac{P_q m_q}{V_q} \left( \frac{2}{k+1} \right)^{\frac{2}{k-1}}}$$

$$\text{при } \frac{P_q}{P_p} \leq 0,528$$

$$V_p = V_{p0} + S_{\Sigma} z_0 + V_q$$

$$\dot{z}_0 = \frac{dz_0}{dt};$$

$$M \ddot{z} = (P_p - P_a) S_{\Sigma} - Mg -$$

$$-R_{\Sigma} \left( \text{sign} \dot{z}_0 \right) - \ddot{z}_n(t). \quad (11)$$

**Четвертый режим.** Амортизатор разжимается, клапан закрыт  $\dot{z}_0 > 0, P_p < P_a$ .

$$\frac{dP_p}{dt} = -\frac{kP_p S_{\Sigma} \dot{z}_0}{V_{p0} + S_{\Sigma} z_0};$$

$$\dot{z}_0 = \frac{dz_0}{dt};$$

$$M \ddot{z} = (P_p - P_a) S_{\Sigma} - Mg -$$

$$-R_{\Sigma} \left( \text{sign} \dot{z}_0 \right) - \ddot{z}_n(t). \quad (12)$$

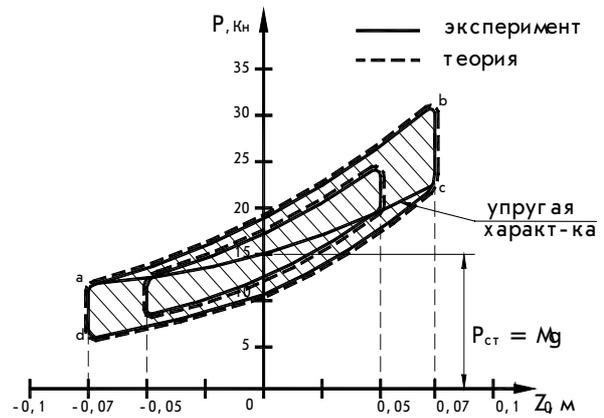


Рис. 3. Упруго-демпфирующая характеристика ПА с импульсным электроклапаном

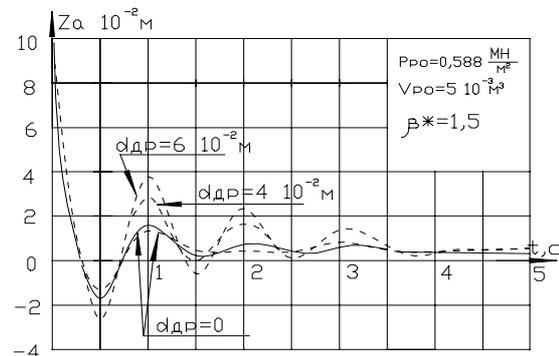


Рис. 4. Кривые свободных колебаний АО

При дальнейшей работе ПА все термогазодинамические процессы в объемах ПА повторяются.

Исследования эффективности работы ПА проводились на ПА со следующими данными:

$$P_{p0} = 0,393; 0,588 \text{ МПа}; S_{\Sigma} = 0,03 \text{ м}^2;$$

$$V_{p0} = 0,005 \text{ м}^3; z_0 = \pm 0,1 \text{ м};$$

$$V_q = 0,005; 0,0075; 0,01 \text{ м}^3.$$

Расчет динамики проводился, начиная с исходного положения АО (рис. 2, уровень «1»), свободные колебания АО затухали около статического положения АО (рис. 2, уровень «0»). По результатам расчета динамики ПА с импульсным электроклапаном построены упруго - демпфирующие характеристики (рис. 3) и графики свободных колебаний АО (рис. 4).

Графики свободных колебаний построены при следующих данных:

$$P_{p0} = 0,588 \text{ МПа};$$

$$V_{p0} = 0,005 \text{ м}^3, \beta^* = 1,5,$$

где  $\beta^* = \frac{V_a}{V_{p0}}$  - отношение объемов ПА при статическом положении АО.

На графике приведены также кривые свободных колебаний для ПА пассивного типа с дроссельными отверстиями в перегородке с различными диаметра-

ми дроссельных отверстий. Видно, что со снижением диаметра дроссельного отверстия возрастает демпфирование колебаний и коэффициенты поглощения энергии, при этом максимальных значений они достигают в ПА с активным управлением без дроссельных отверстий ( $d_{AP} = 0$ ).

Таким образом, полученная модель, описывающая термогазодинамические процессы в объемах ПА и динамику АО, позволяет провести анализ и выявить основные закономерности и особенности в работе как самих ПА, так и управляемых клапанных устройств. Управляемые ПА [1] наиболее полно удовлетворяют требованиям систем амортизации крупногабаритных объектов, так как они обеспечивают регулирование упругодемпфирующих характеристик и хорошую виброзащиту и могут быть рекомендованы для внедрения на профильных предприятиях (ФГУП НПП «Прогресс» г. Омск, КБСМ, г. Санкт-Петербург).

#### Библиографический список

1. Положительное решение о выдаче патента на изобретение по заявке № 2006130589 РФ, М.Кл. F 16 F 9/04, В 60 G 11/26. Пневматическая подвеска / Аверьянов Г.С., Хамитов Р.Н. Опубл. 27.02.2008 г.
2. Хамитов Р.Н. Синтез системы управления импульсным электродинамическим клапаном пневмоамортизатора // Справочник. Инженерный журнал. 2008. № 2. - С. 62 – 64.
3. Новоженин А.А., Фитилёв Б.Н. Экспериментальные исследования постоянной демпфирования ПА с РКО//Ди-

намика систем: Межвуз. сб. науч. тр. — Омск, 1975. Вып.2. - с. 71 — 75.

4. Балакшин О.Б. Пропускная способность реальных проточных элементов пневматических газовых устройств // Автоматизация научных исследований в машиностроении и приборостроении. М.: Наука, 1971. - С. 186 — 266.
5. Герц Е.В. Пневматические приводы. Теория и расчет. М.: Машиностроение, 1969. — 359 с.
6. Дмитриев Г.Д., Градецкий В.Г. Основы пневматики. — М.: Машиностроение, 1973. — 360 с.
7. Мамонтов М.Л. Вопросы термодинамики газа переменной массы. — М.: Оборонгиз, 1961. — 226 с.
8. Герц Е.В., Крейнин Г.В. Динамика пневматических приводов — автоматов. — М.: Машиностроение, 1964. — 236 с.
9. Ястржембский А.С. Техническая термодинамика. М.: ГЭИ, 1960. — 496 с.

**АВЕРЬЯНОВ Геннадий Сергеевич**, заведующий кафедрой авиа- и ракетостроения.

**ХАМИТОВ Рустам Нуриманович**, кандидат технических наук, докторант кафедры авиа- и ракетостроения.

**РОМАНОВСКИЙ Рэм Константинович**, доктор физико-математических наук, профессор, кафедра «Основы теории механики и автоматического управления».

Дата поступления статьи в редакцию: 19.04.2008 г.

© Аверьянов Г.С., Хамитов Р.Н., Романовский Р.К.

УДК 62.567.5

**Р. Н. ХАМИТОВ  
Г. С. АВЕРЬЯНОВ**

Омский государственный  
технический университет

## ДИНАМИКА ВИБРОЗАЩИТНОЙ СИСТЕМЫ

В работе описан подход к улучшению демпфирующих свойств виброзащитной системы на базе пневмоэлементов за счет введения активного управления процессами перетекания газа между объемами пневмоэлементов. Построена и исследована модель термогазодинамических процессов в объемах пневмоэлементов с импульсным электроклапаном при различных режимах работы с учетом динамики амортизируемого объекта.

Полученная модель позволяет провести анализ и выявить основные закономерности работы виброзащитной системы амортизируемого объекта. По результатам расчета видно, что виброзащитная система с пневмоэлементами может заменить распространенные в настоящее время гидродемпферы.

Использование пневматических амортизаторов (ПА) с резинокордными оболочками (РКО) как в системах поддрессирования транспортных средств, так и в системах амортизации (СА) сооружений [1] (рис.1) стимулировало создание нового способа демпфирования колебаний амортизируемых объектов (АО), основанного на управлении характеристикой восстанавливающей силы пневмоэлемента. В ПА состояние упругого тела в процессе колебаний непрерывно изменяется и определяет силу упругости

амортизатора в любой момент времени.

Если в ПА включить дополнительный объем, то в процессе сжатия некоторая часть газа из рабочего объема будет свободно перемещаться в дополнительный объем, то есть массовые количества газа, находящиеся в различных объемах ПА, постоянно меняются. Происходит внутренний массообмен при постоянной массе термодинамического тела системы. Наличие последнего создает условия, позволяющие регулировать режимы перетекания сжатого газа меж-

ду полостями рабочего и дополнительного объемов и тем самым изменять силу упругости амортизатора в процессе колебаний АО.

Для этой цели между несущей полостью переменного объема (рабочий объем) и вспомогательной полостью постоянного объема (дополнительный объем) устанавливаются клапанные устройства. Это устройство представляет собой либо дроссель — калиброванное отверстие в перегородке между объемами, либо дроссель и клапан, установленный со стороны дополнительного объема, перекрывающей на ходе отбоя отверстия большого диаметра, либо клапаны разнообразных конструкций, включая электромагнитные. Их роль состоит в создании перепада давления между объемами ПА, а процессы, происходящие при перетекании и смешивания газов в полостях, обеспечивают диссипацию энергии колебаний АО.

Одним из путей улучшения демпфирующих свойств ПА является введение активного управления процессами перетекания газа между объемами, что является одной из основных задач настоящего исследования.

Управляемые пневматические виброзащитные устройства (ПВУ), как показали предварительные исследования [2], могут наиболее полно удовлетворять требованиям СА, так как они обеспечивают регулирование упругодемпфирующих характеристик, хорошую виброзащиту, благодаря чему нет необходимости выполнения отдельных демпфирующих устройств. На рис. 2 приведено ПВУ, включающее пакет пневматических упругих элементов с активным управлением упругодемпфирующими характеристиками, которое может быть использовано в СА ядерных реакторов АЭС, а также для активной сейсмозащиты зданий и сооружений [1].

Платформа АО (рис.1) устанавливается на четырех ПВУ, точки опоры которых выбираются таким образом, чтобы обеспечить наибольшую разгрузку металлоконструкции объекта и наименьший угол перекаса сооружения. Следует отметить, что установленные ПВУ обеспечивают не только вертикальную, но и горизонтальную амортизацию сооружений. Причем боковые ПА установленные под углом  $40 - 70^\circ$  к центральному ПА решают также задачи по повышению грузоподъемности виброзащитного устройства, стабильности положения АО при воздействии горизонтальных возмущающих сил и гарантированного возврата АО в исходное положение [3].

В каждом ПА ПВУ, в перегородках между рабочими и дополнительными объемами, установлены управляемые импульсные электродинамические клапаны. Конструкция такого клапана, приведена на рис.3. Импульсный электроклапан включает направляющий цилиндр 1, перемещающийся в нем возвратно-поступательно запорный клапан 2 с магнитопроводами 3 и 4 и крышку 5. В верхней части внутри цилиндра и в крышке клапанного устройства установлены электромагниты импульсного включения 6 и 7. Со стороны рабочего объема ПА в торце направляющего цилиндра и со стороны дополнительного объема на крышке клапанного устройства смонтированы эластичные обратные клапаны 8 и 9. В конструкции клапана использован электродинамический принцип преобразования энергии. Необходимый алгоритм срабатывания импульсного электроклапана обеспечивается системой управления [4].

Исследование динамики защитного сооружения при внешнем воздействии основывается на совместном решении системы нелинейных дифференциальных уравнений, описывающих как изменение

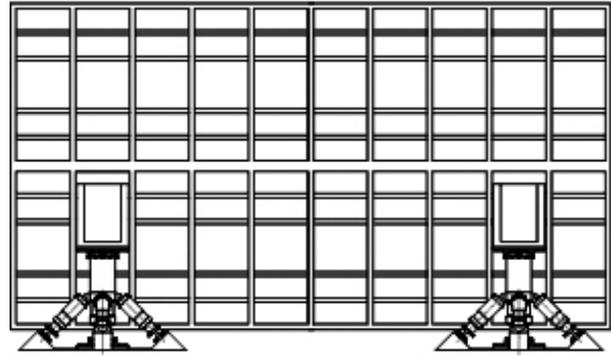


Рис. 1. Защитное сооружение

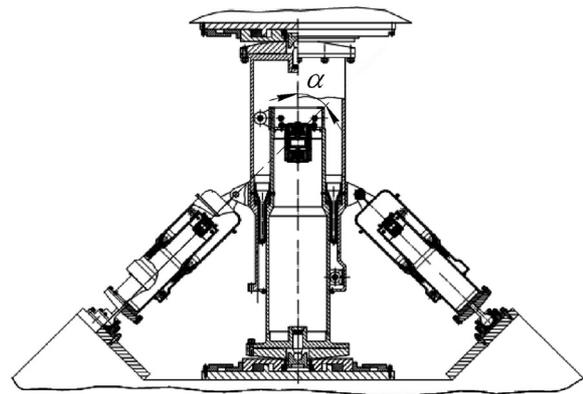


Рис. 2. Виброзащитное устройство

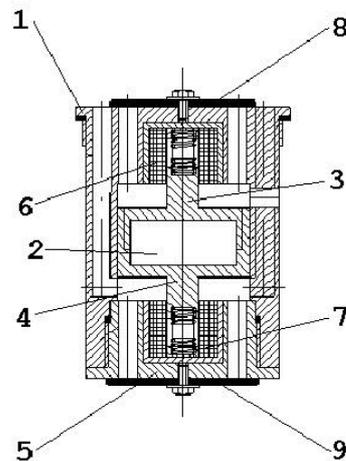


Рис. 3. Клапанное устройство

параметров движения объекта, так и ход термогазодинамических процессов, протекающих в объемах каждого пневмоэлемента ПВУ [2]. Рассматриваются только вертикальные колебания АО. В модели используются следующие обозначения параметров:

$P_{p1}$  — текущее давление в рабочих объемах центральных ПА;

$P_{p2}$  — текущее давление в рабочих объемах боковых ПА;

$P_a$  — атмосферное давление;

$P_i$  — статическое давление в рабочих объемах центральных ПА;

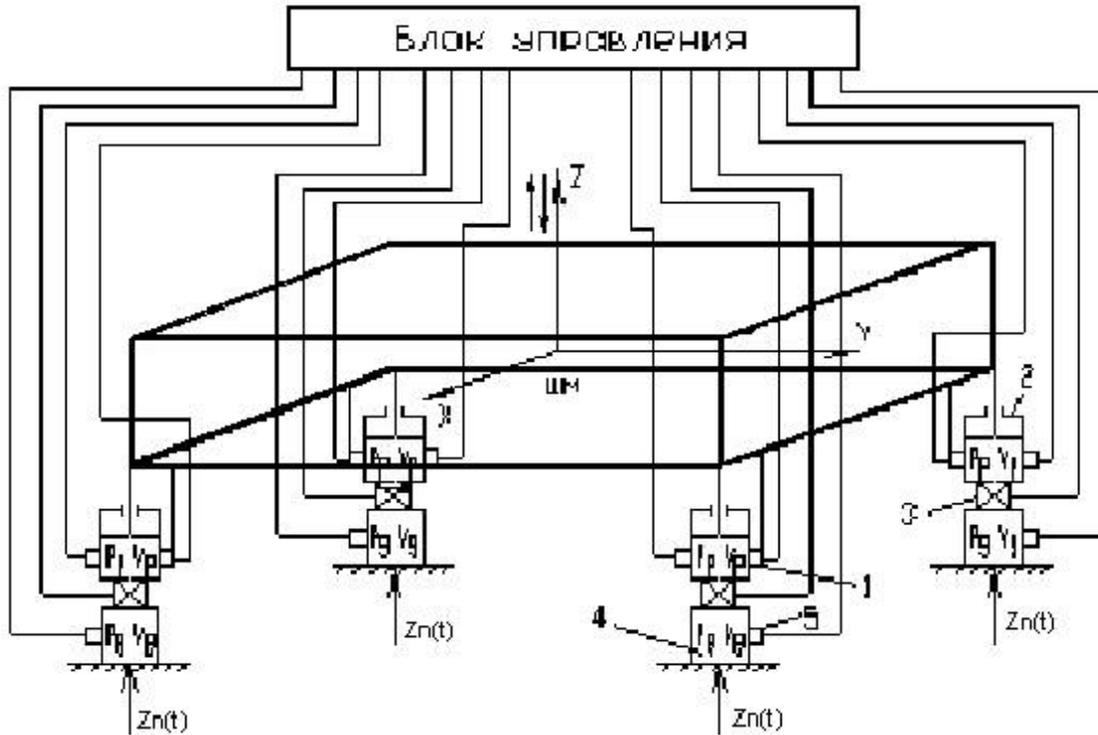


Рис. 4. Расчетная схема динамики АО: 1 – датчики перемещения и скорости; 2 – пневматический амортизатор; 3 – управляемый клапан; 4 – дополнительный объем; 5 – датчики давления

$P_2$  – статическое давление в рабочих объемах боковых ПА;

$P_{g1}$  – текущее давление в дополнительных объемах центральных ПА;

$P_{g2}$  – текущее давление в дополнительных объемах боковых ПА;

$S_{э1}$  – суммарная эффективная площадь центральных ПА;

$S_{э2}$  – суммарная эффективная площадь боковых ПА;

$z_0, \dot{z}_0, \ddot{z}_0$  – относительные перемещения, скорость и ускорение АО;

$z_n, \dot{z}_n, \ddot{z}_n$  – абсолютные перемещения, скорость и ускорение основания ПА;

$V_1 = V_{p10} \pm S_{э1} z_0$  – текущий суммарный рабочий объем центральных ПА;

$V_2 = V_{p20} \pm S_{э2} z_0$  – текущий суммарный рабочий объем боковых ПА;

$V_{p10}$  – суммарный рабочий объем центральных ПА в статическом положении АО;

$V_{p20}$  – суммарный рабочий объем боковых ПА в статическом положении АО;

$V_{g1}$  – суммарный дополнительный объем центральных ПА;

$V_{g2}$  – суммарный дополнительный объем боковых ПА.

$M$  и  $Mg$  – масса и вес АО;

$k$  – коэффициент адиабаты;

$R_z$  – сила трения, зависящая от скорости движения АО;

$\alpha$  – угол между продольными осями центрального и бокового ПА (рис. 2);

$\mu_{кл}$  – коэффициент расхода газа через клапан;

$f_{кл}$  – площадь проходного сечения клапана;

$m_{p1}$  – суммарная масса газа в рабочих объемах центральных ПА;

$m_{p2}$  – суммарная масса газа в рабочих объемах боковых ПА;

$m_{g1}$  – суммарная масса газа в дополнительных объемах центральных ПА;

$m_{g2}$  – суммарная масса газа в дополнительных объемах боковых ПА.

За основу выбрано ПВУ (рис.2) со следующими начальными значениями параметров:  $P_{p1}$  и  $P_{p2} = 2,0$  МН/м<sup>2</sup>;  $S_{э1} = 0,3\text{м}^2 \cdot 4 = 1,2$  м<sup>2</sup>;  $S_{э2} = 0,15\text{м}^2 \cdot 16 = 2,4$  м<sup>2</sup>;  $V_{g1} = 1,88\text{м}^3$ ;  $V_{g2} = 3,68\text{м}^3$ ;  $V_{p10} = 0,47\text{м}^3 \cdot 4 = 1,88\text{м}^3$ ;  $V_{p20} = 0,23\text{м}^3 \cdot 16 = 3,68\text{м}^3$ .

**Первый режим.** Объект движется вниз от своего статического положения. Происходит процесс сжатия газа в рабочих объемах всех упругих элементов, при этом управляемые клапаны закрыты. Система дифференциальных уравнений, описывающая данный режим работы ПА, будет иметь вид [2]:

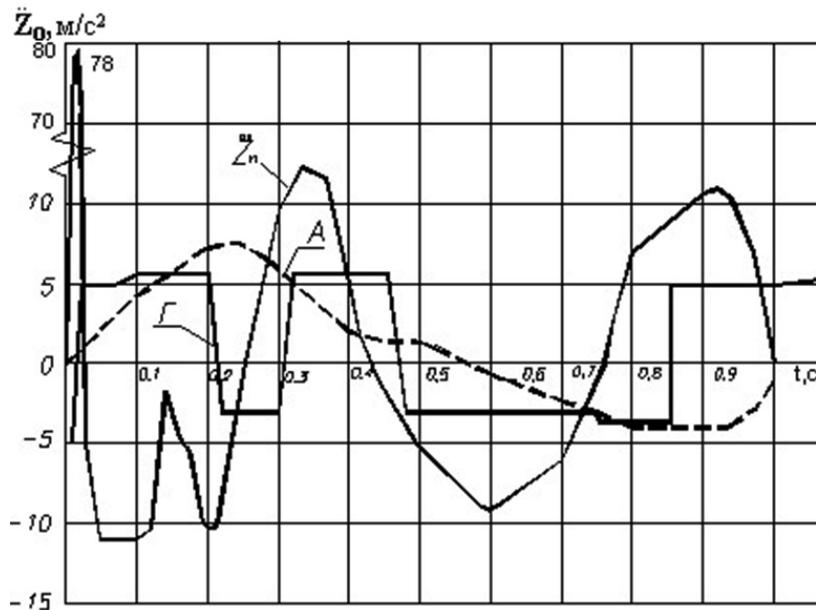
$$\frac{dP_{p1}}{dt} = \frac{kP_{p1}S_{э1}\dot{z}_0}{V_1}; \quad \frac{dP_{p2}}{dt} = \frac{kP_{p2}S_{э2}\dot{z}_0}{V_2};$$

$$M\ddot{z} = (P_1 - P_a)S_{э1} + (P_2 - P_a)S_{э2}\cos\alpha - Mg - R_z(\text{sign } \dot{z})$$

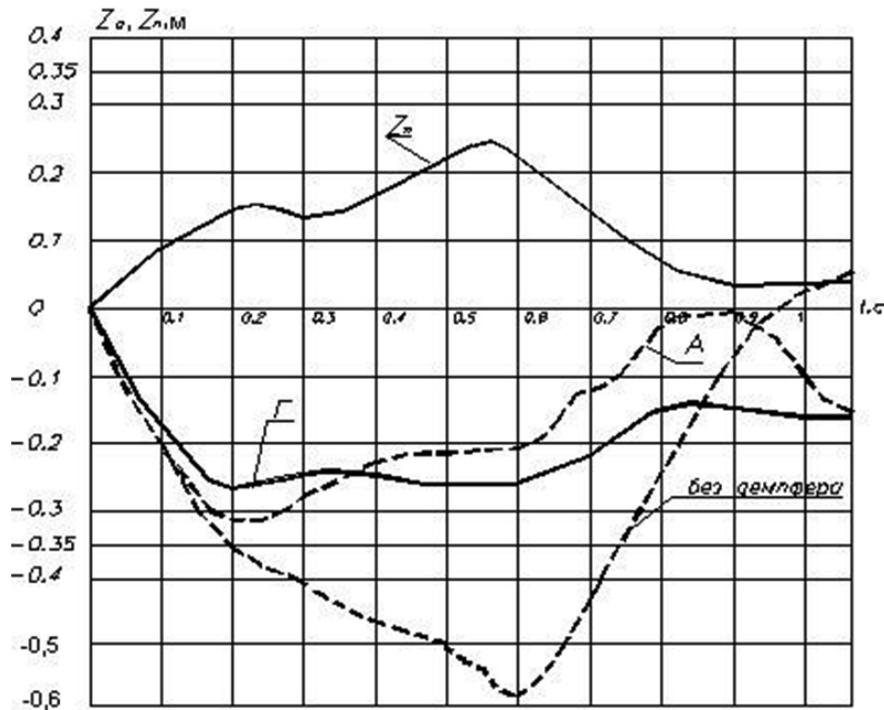
**Второй режим.** Происходит процесс выравнивания давления в объемах ПА, при этом  $z_0 = 0$ ,  $P_p > P_g$ , клапан открывается и истечение газа происходит из рабочего объема в дополнительный объем ПА. Система дифференциальных уравнений, описывающая этот режим работы ПА, будет иметь вид [2]:

$$\frac{dP_{p1}}{dt} = -\frac{kP_{p1}S_{э1}\dot{z}_0}{V_{p10} + S_{э1}z_0} - \frac{kP_{p1}}{m_{p1}} \mu_{кл} f_{кл} \sqrt{\frac{2kg}{k-1} \frac{P_{g1}m_{g1}}{V_{g1}} \left[ \left( \frac{P_{p1}}{P_{g1}} \right)^{\frac{k-1}{k}} - 1 \right]};$$

$$\frac{dP_{g1}}{dt} = -\frac{kP_{g1}}{m_{g1}} \mu_{кл} f_{кл} \sqrt{\frac{2kg}{k-1} \frac{P_{g1}m_{g1}}{V_{g1}} \left[ \left( \frac{P_{p1}}{P_{g1}} \right)^{\frac{k-1}{k}} - 1 \right]};$$



а



б

Рис. 5. Абсолютные ускорения АО и сооружения (а), абсолютные перемещения сооружения и относительные перемещения АО (б)

$$\frac{dP_{p2}}{dt} = -\frac{kP_{p2}S_{\Sigma 2}\dot{z}_0}{V_{p20} + S_{\Sigma 2}z_0} - \frac{kP_{p2}}{m_{p2}}\mu_{\kappa\lambda}f_{\kappa\lambda}\sqrt{\frac{2kg}{k-1}\frac{P_{g2}m_{g2}}{V_{g2}}\left[\left(\frac{P_{p2}}{P_{g2}}\right)^{\frac{k-1}{k}} - 1\right]}$$

$$\frac{dP_{g2}}{dt} = -\frac{kP_{g2}}{m_{g2}}\mu_{\kappa\lambda}f_{\kappa\lambda}\sqrt{\frac{2kg}{k-1}\frac{P_{g2}m_{g2}}{V_{g2}}\left[\left(\frac{P_{p2}}{P_{g2}}\right)^{\frac{k-1}{k}} - 1\right]}$$

$$M\ddot{z} = (P_{p1} - P_a)S_{\Sigma 1} + (P_{p2} - P_a)S_{\Sigma 2}\cos\alpha - Mg - R_{\Sigma}(\text{sign}\dot{z})$$

**Третий режим.** Объект движется вверх, происходит процесс отбоя, клапан закрыт  $z_0 > 0$ ,  $P_p < P_g$ . Система дифференциальных уравнений, описывающая этот режим работы ПА, будет иметь вид [2]:

$$\frac{dP_{p1}}{dt} = \frac{kP_{p1}S_{\Sigma 1}\dot{z}_0}{V_1}, \quad \frac{dP_{p2}}{dt} = -\frac{kP_{p2}S_{\Sigma 2}\dot{z}_0}{V_2},$$

$$M\ddot{z} = (P_1 - P_a)S_{\Sigma 1} + (P_2 - P_a)S_{\Sigma 2}\cos\alpha - Mg - R_{\Sigma}(\text{sign}\dot{z})$$

**Четвертый режим.** Происходит процесс выравнивания давления в объемах ПА, при этом  $P_g > P_p$ ,  $z_0 = 0$ ,

клапан открывается и истечение газа происходит из дополнительного объема в рабочий объем ПА. Система дифференциальных уравнений, описывающая этот режим работы ПА, будет иметь вид [2]:

$$\frac{dP_{p1}}{dt} = -\frac{kP_{p1}S_{z1}\dot{z}_0}{V_{p10} + S_{z1}z_0} - \frac{kP_{p1}}{m_{p1}}\mu_{\kappa\alpha}f_{\kappa\alpha}\sqrt{\frac{2k}{k-1}\frac{P_{p1}m_{p1}}{V_1}\left[\left(\frac{P_{g1}}{P_{p1}}\right)^{\frac{k-1}{k}} - 1\right]},$$

$$\frac{dP_{g1}}{dt} = -\frac{kP_{g1}}{m_{g1}}\mu_{\kappa\alpha}f_{\kappa\alpha}\sqrt{\frac{2k}{k-1}\frac{P_{p1}m_{p1}}{V_1}\left[\left(\frac{P_{g1}}{P_{p1}}\right)^{\frac{k-1}{k}} - 1\right]},$$

$$\frac{dP_{p2}}{dt} = -\frac{kP_{p2}S_{z2}\dot{z}_0}{V_{p20} + S_{z2}z_0} - \frac{kP_{p2}}{m_{p2}}\mu_{\kappa\alpha}f_{\kappa\alpha}\sqrt{\frac{2k}{k-1}\frac{P_{p2}m_{p2}}{V_2}\left[\left(\frac{P_{g2}}{P_{p2}}\right)^{\frac{k-1}{k}} - 1\right]},$$

$$\frac{dP_{g2}}{dt} = -\frac{kP_{g2}}{m_{g2}}\mu_{\kappa\alpha}f_{\kappa\alpha}\sqrt{\frac{2k}{k-1}\frac{P_{p2}m_{p2}}{V_2}\left[\left(\frac{P_{g2}}{P_{p2}}\right)^{\frac{k-1}{k}} - 1\right]},$$

$$M\ddot{z} = (P_{p1} - P_a)S_{z1} + (P_{p2} - P_a)S_{z2}\cos\alpha - Mg - R_{\Sigma}(\text{sign}\dot{z})$$

Расчет параметров движения АО с опорной СА при сейсмическом воздействии.

Целью дальнейших исследований является проверка эффективности работы ПВУ с активным управлением упругодемпфирующими характеристиками при сейсмическом воздействии. Расчетная схема динамики АО представлена на рис. 4.

Решения систем уравнений проводились методом Рунге – Кутты. По результатам расчета построены графики абсолютных ускорений АО и основания защитного сооружения (рис. 5а), графики относительного перемещения АО и абсолютного перемещения защитного сооружения (рис. 5б). Кроме того, проводились расчеты параметров движения АО для ПА без демпфирующих устройств и с гидродемпфером. В последнем случае выбран гидродемпфер с ограничением по усилию, рабочая характеристика которого описывается уравнением [2]:

$$P_g = \begin{cases} n z_0^2 \text{sign} \dot{z}_0 \text{ при } |\dot{z}_0| \leq 1,44 \text{ м/с}; \\ 3500 \text{sign} \dot{z}_0 \text{ при } |\dot{z}_0| > 1,44 \text{ м/с}; \end{cases}$$

где  $P_g$  – сила сопротивления демпфера;  $n = 0,17 \frac{\text{МН}}{\text{м}^2 \text{с}^2}$

– коэффициент сопротивления гидравлического де-

мпфера.

Такая зависимость рабочей характеристики гидравлического демпфера, применяемого в СА, обеспечивает коэффициент поглощения энергии за период колебания АО  $\eta_w = 0,7 \div 0,8$ . Кривая А – характеризует работу ПВУ с активным управлением упругодемпфирующими характеристиками. Кривая Г – характеризует работу ПВУ с гидравлическим демпфером.

Анализируя результаты расчетов, необходимо отметить, что разработанное ПВУ с активным управлением упругодемпфирующими характеристиками обеспечивают относительные перемещения АО не превышающие значения  $Z_0 = 0,35 \text{ м}$ , при этом абсолютные ускорения также не превышают значения  $1,5 g$ .

Управляемые ПА [4] наиболее полно удовлетворяют требованиям СА крупногабаритных объектов, так как они обеспечивают регулирование упругодемпфирующих характеристик и хорошую виброзащиту и могут быть рекомендованы для внедрения на профильных предприятиях (ФГУП НПП «Прогресс» г. Омск, КБСМ, г. С.-Петербург).

#### Библиографический список

1. Справочник по динамике сооружений. Под редакцией Б.Г. Коренева и И.М. Рабиновича. М.: Стройиздат, 1972. – 511 с.
2. Аверьянов Г.С. Исследование процессов и путей повышения эффективности воздушного демпфирования в пневматических амортизаторах виброзащитных систем. – Омск, Омский гос. тех. ун-т., 1999. – 115 с. – Деп. в ВИНТИ 17.06.99, № 1957 – В99.
3. Положительное решение о выдаче патента на изобретение по заявке № 2007102390 РФ, М.Кл. F 16F 9/04. Амортизирующее устройство / Аверьянов Г.С., Хамитов Р.Н., Зубарев А.В. Опубл. 27.05.2008 г.
4. Положительное решение о выдаче патента на изобретение по заявке № 2006130589 РФ, М.Кл. F 16F 9/04, В 60G 11/26. Пневматическая подвеска / Аверьянов Г.С., Хамитов Р.Н. Опубл. 27.02.2008 г.

**АВЕРЬЯНОВ Геннадий Сергеевич**, заведующий кафедрой авиа- и ракетостроения.

**ХАМИТОВ Рустам Нуриманович**, кандидат технических наук, докторант кафедры авиа- и ракетостроения.

Дата поступления статьи в редакцию: 26.04.2008 г.

© Аверьянов Г.С., Хамитов Р.Н.

## **РАЗРАБОТКА МЕРОПРИЯТИЙ ПО УЛУЧШЕНИЮ ТЕХНОЛОГИЧЕСКОГО ПРОЦЕССА ВСКРЫТИЯ И ПОДКОПА ТРУБОПРОВОДОВ ТРАНШЕЙНЫМ ЭКСКАВАТОРОМ**

**В статье рассматривается возможность использования концепции «бережливого производства» для разработки мероприятий по улучшению технологического процесса вскрытия и подкопа трубопроводов траншейным экскаватором.**

Значительное влияние на качество образа жизни оказывает материальная среда — качество товаров и услуг. Поэтому проблема качества продукции и услуг была и остается актуальной. Она является стратегической проблемой, от решения которой зависит стабильность экономики нашего государства. Процесс улучшения качества, объединяющий деятельность многих производств, коллективов конструкторов, сферы услуг, необходим не только для получения прибыли при сбыте продукции, но, главное, — обществу в целом и его интересам.

Россия располагает развитой трубопроводной инфраструктурой - это прежде всего газовые магистрали, а также нефтепроводы и нефтепродуктопроводы, суммарная протяженность которых составляет более 200 тыс. км. На долю этого вида транспорта сегодня приходится более 30 % общего грузооборота страны.

Основное развитие трубопроводная транспортная система получила в 70-80 годы прошлого века, поэтому к настоящему времени износ основных ее фондов составляет более 50 %, что приводит к вынужденным остановкам транспорта нефти или других нефтепродуктов, как результат снижение технической производительности.

В настоящее время наиболее сдерживающим фактором повышения производительности ремонта, как было отмечено на совместной сессии проблемного научно-технического совета РОССНГС, НТС «Стройтрансгаз», является несовершенство средств выполнения земляных работ.

Капитальный ремонт нефтегазопроводов с заменой наружного изоляционного покрытия осуществляется с целью полной замены изоляционного покрытия. В разрабатываемой технологии предлагается ремонт без подъема трубопровода с сохранением его положения. Вскрытие нефтепровода возможно без остановки перекачки нефти. Для вскрытия трубопровода в традиционной технологии применяются два одноковшовых

экскаватора. Один экскаватор разрабатывает грунт с одной стороны нефтепровода на заданную глубину от нижней образующей и укладывает грунт во временный отвал. Второй экскаватор разрабатывает грунт с другой стороны на ту же глубину и также укладывает грунт во временный отвал. При производстве работ во избежание повреждения трубопровода расстояние между трубой и ковшом экскаватора должно быть не менее 0,20 м. Необходимая свободная зона с боков трубопровода для прохода подкопочной машины составляет 0,5 м с каждой стороны.

В предлагаемой технологии вскрытие трубопровода производится с применением одного одноковшового и цепного траншейного экскаваторов. Одноковшовый экскаватор по предварительно размеченной трассе производит отрывку траншеи глубиной до верхней образующей трубопровода и шириной достаточной для последующего прохода цепного экскаватора [1].

В качестве мероприятий по улучшению процесса основного производства предлагается использование модели бережливого производства, в который входит такой инструменты как, 5S.

Бережливое производство (англ. Lean production/Lean manufacturing) логистическая концепция менеджмента, сфокусированная на разумном сокращении размеров заказа на выпуск продукции, удовлетворяющей спрос при повышении ее качества; снижении уровня запасов используемых ресурсов; постоянном повышении квалификации производственного персонала, охватывающим весь контингент; внедрение гибких производственных технологий и интегрирование их в единые цепи с взаимодействующими технологиями партнеров.

В Японии любое предприятие — это прежде всего люди. Рабочие постоянно совершенствуют свои навыки. В японской традиции очень важно непрерывное обучение. Одна из идей, последовательно проводимая в этом издании, - нельзя останавливаться на достигнутом.

Даже самый прекрасный результат требует постоянного подкрепления новыми трудовыми свершениями. Любой незнакомый путь поначалу пугает. Но если есть четкий план, согласно которому необходимо двигаться к цели, вы вряд ли заблудитесь. А система 5S предлагает оптимальный план, который приведет к цели самым кратчайшим путем.

Реализация концепции возможна в двух вариантах: либо для получения разового результата, либо для создания постоянного улучшения.

Все начинается с наведения порядка и наглядной демонстрации неудобств, вызванных большими запасами. Для этого необходимо внедрить концепцию 5S, чтобы каждый работающий смог понять и прочувствовать необходимость самоорганизации и исключения превышения некоторого разумного минимума [3].

В бережливом производстве особое значение имеет информационное обеспечение, которое также принимает характер универсального средства, поддерживающего непрерывность потоков и их эффективность. Однако растут требования и к эффективности самого информационного обеспечения. Поэтому обязательно наличие в системе четкого управленческого учета, обеспечивающего пользователей только релевантной информацией, которая всегда достоверна, своевременна и объективна. Кроме того, информация должна быть представлена в форме, понятной ее потребителю, в виде, позволяющем очень быстро принять правильное решение. Практика подтверждает: предприятия, внедрившие бережливое производство, не только используют ИТ-системы со 100% эффективностью, но еще и вовлекают их в сферу постоянного улучшения. В то же время общепризнанным является факт, когда система менеджмента качества и ERP-система существуют параллельно, не только не затрагивая друг друга, но и не особо подозревая о взаимном наличии.

Концепция бережливого производства родилась на европейском континенте и представляла собой синтез и обобщение ряда передовых управленческих практик различных стран. Не следует видеть в ней лишь японскую или шведскую модель, хотя многие идеи этой концепции впервые появились и в дальнейшем развивались на японских предприятиях. Менеджеры на обоих континентах ссылаются на феномен «Тойоты» и принципы КАНБАН [2], однако акценты в предлагаемых решениях различаются.

Во многих российских предприятиях, стремящихся развиваться и следовать современным тенденциям в развитии корпоративной культуры, преобладает американский стиль. Особенно это касается мотивации персонала, различных тренингов, выделению лидеров и различных форм поощрения. Европейские подходы, как правило, не столь формализованные, используются реже. Во многом это объясняется тем фактом, что американские методики, порой простые и неизощренные, легче реализовывать именно в силу этой самой простоты. При бережливом подходе продукция не изготавливается на склад. Заказы клиентов инициируют изготовление и протягивают работы через систему. Работы выполняются в том и только в том случае, если они являются звеньями вытягивающей цепочки. Тянувшие системы дают большую гибкость в производстве, поскольку позволяют производить продукцию в различных комбинациях. Заказчики знают, что и когда они получат. Это делает спрос более стабильным.

С помощью этой методологии предприятие получит возможность увеличить количество вовремя отгруженных заказов, сократить издержки производства, уменьшить объем брака, сократить объем незавершенного производства, сократить склады

сырья и готовой продукции, повысить реактивность производства.

Как показано в работе [2], алгоритм внедрения можно представить в виде восьми этапов:

- найти проводника перемен, способного взять на себя ответственность;
- получить необходимые знания по системе Лин (знания должны быть получены из надежного источника);
- найти или создать кризис (хорошим мотивом внедрения Лин служит кризис в организации);
- не увлекаться стратегическими вопросами (начинать можно с устранения потерь везде, где возможно);
- построить карты потоков создания ценностей (вначале текущее состояние, а затем будущее, после внедрения Лин);
- как можно быстрее начинать работу по основным направлениям (информация о результатах должна быть доступна персоналу организации);
- стремиться немедленно получить результат;

Осуществлять непрерывные улучшения по системе Кайдзен - перехода от процессов создания ценностей в цехах к управленческим процессам.

Для формирования бережливости нужно изменить корпоративную культуру в организации.

Таким образом, самый главный плюс внедрения «бережливого производства» в том, что появляется среда для создания конкурентоспособного продукта, обеспечивается качество, снижаются издержки, идет рост продаж на рынке. Применение принципов «бережливого производства» дает значительный рост производительности. Однако сокращение работников в результате внедрения приведет к долгосрочным сокращениям затрат. Когда из-за применения бережливого производства происходит сокращение рабочих мест, теряется рабочий энтузиазм и все усилия по внедрению оказываются напрасными.

В основе системы 5S лежит ясная и в то же время инновационная идея: все, что поддается оптимизации, должно быть оптимизировано. Инновация заключается в том, что организация рабочего пространства рассматривается именно как система. Конечно, в приказном порядке заставить рабочих убирать свое рабочее место и чистить оборудование, но вряд ли такая принудительная деятельность заметно повысит производительность труда. Система 5S — это альтернативный подход к эффективному производству: устранение потерь за счет активного вовлечения рабочих в процесс непрерывного совершенствования.

Путь к производству без потерь на уровне повседневной деятельности может показаться длинным, но пройти его необходимо все вместе: и руководству, и рабочим.

Результатом внедрения концепции бережливого производства являются:

- улучшение материального потока и эргономики завода;
- увеличение надежности оборудования;
- изменение логики потоков на производственных линиях с «толкающей» на «тянущую»;
- снижение объема запасов;
- улучшение гибкости;
- снижение количества дефектов.

Постоянное применение системы 5S — отправная точка в изменениях, направленных на улучшение и обеспечивающих процветание любого предприятия. Сотрудники предприятия сохраняют свои рабочие места только в том случае, если предприятие будет устойчиво к внешним изменениям.

## Библиографический список

1. Алексеева Т.В., Артемьев К.А., Бромберг А.А. Дорожные машины. - Часть 1. Машины для землеройных машин. - М. : Машиностроение, 1972 - 504 с.
2. Вумек Дж.П., Джонс Д.Т. Бережливое производство: Как избавиться от потерь и добиться процветания вашей компании ; пер. с англ. - М. : Альпина Бизнес Букс, 2005. - 473 с.
3. Хироюки Х. 5S для рабочих: как улучшить свое рабочее место. - М. : ИКСИ, 2002. - 120 с.

**АХТУЛОВ Алексей Леонидович**, академик Международной академии авторов научных открытий и изобретений, действительный член Академии проблем

качества России, доктор технических наук, профессор, заведующий кафедрой управления качеством и сертификации Сибирской государственной автомобильно-дорожной академии.

**ЛУШНИКОВ Валерий Павлович**, директор Отраслевого института «Омскгазтехнология».

**ЛУШНИКОВ Павел Валерьевич**, аспирант кафедры управления качеством и сертификации Сибирской государственной автомобильно-дорожной академии.

**ОСИГ Вероника Александровна**, студентка группы 51 УК кафедры управления качеством и сертификации Сибирской государственной автомобильно-дорожной академии.

Дата поступления статьи в редакцию: 26.04.2008 г.

© Ахтулов А.А., Лушников В.П., Лушников П.В., Осиг В.А.

УДК 621.873:001.891.573

**А. Л. АХТУЛОВ  
О. М. КИРАСИРОВ  
Е. В. КОМЕРЗАН**

Сибирская государственная  
автомобильно-дорожная академия

## ТЕОРЕТИЧЕСКОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ И МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССА РАЗГОНА ГРУЗОПОДЪЕМНОГО КРАНА МОСТОВОГО ТИПА

В статье представлена математическая модель для исследования переходных процессов разгона мостового крана. Переходные процессы оказывают одно из решающих значений на эксплуатационные показатели работы кранов. Одним из важнейших направлений при изучении данного вопроса является оптимизация переходных процессов, возникающих при передвижении мостовых кранов, а также создании устройств и автоматизированных систем управления кранами, обеспечивающих рациональное управление при пуске. Представлены результаты теоретического решения уравнений, описывающих процесс разгона крана в программе MathCAD.

При передвижении крана по рельсовому пути его элементы воспринимают нагрузки, обусловленные взаимодействием механизма передвижения, его привода металлоконструкции крана, подкранового рельсового пути и перемещаемого груза. Изучение динамических характеристик грузоподъемных кранов необходимо с целью определения оптимальных режимов работы грузоподъемных кранов и поиск соответствующих конструктивных решений. На основе анализа предшествующих работ [2, 3] и экспериментального исследования характера физических процессов на реальных кранах, а так же путем сопоставления расчетов, динамическая модель двухбалочного мостового крана в общем случае может быть представлена в виде показанном на рис. 1. И при этом во всех работах указанных авторов исследуемые грузоподъемные машины представляются в виде

многомассовых динамических моделей (расчетных схем), состоящих из сосредоточенных приведенных масс, соединенных между собой упругими, а в случае учета диссипативных сил — упруговязкими связями. Движение этих моделей в переходных режимах описывается системами дифференциальных уравнений, на основании решения которых, с учетом сделанных допущений, формулируются качественные и количественные выводы о динамических нагрузках, действующих на элементы грузоподъемной машины. В работе [2] исследование динамических нагрузок мостового крана при его передвижении выполняется с помощью четырехмассовой трехсвязной динамической моделью мостового крана. При этом учитывается основная форма упругих колебаний моста, динамические свойства механизма передвижения, колебания груза.

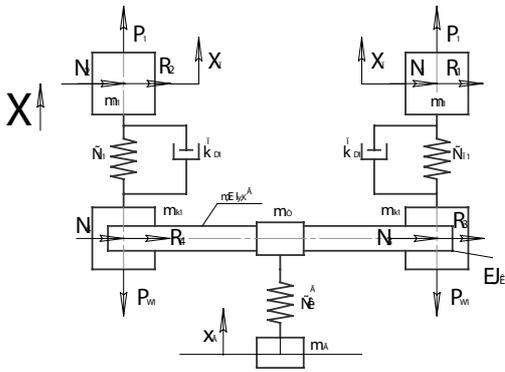


Рис. 1. Обобщенная динамическая модель крана, передвигающегося по рельсовому пути где  $N_i$  - поперечные реакции рельсов, действующих на колеса по дорожке катания;  $R_i$  - контактные силы, действующие на реборды колес со стороны рельсов.

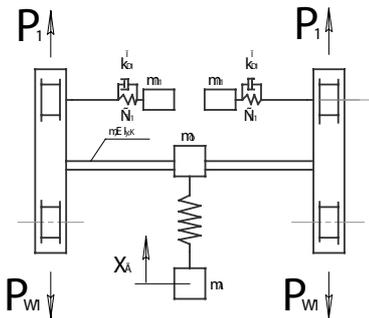


Рис. 2. Принципиальная схема мостового крана при передвижении

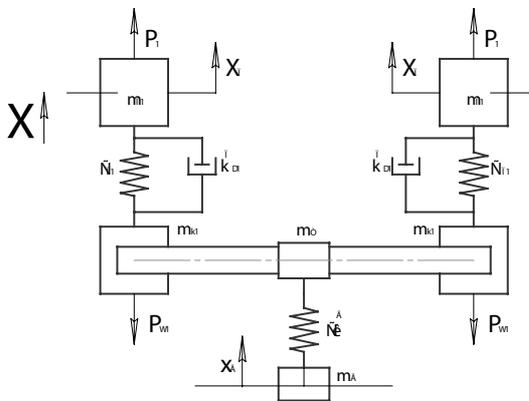


Рис. 3. Физическая модель мостового крана при передвижении

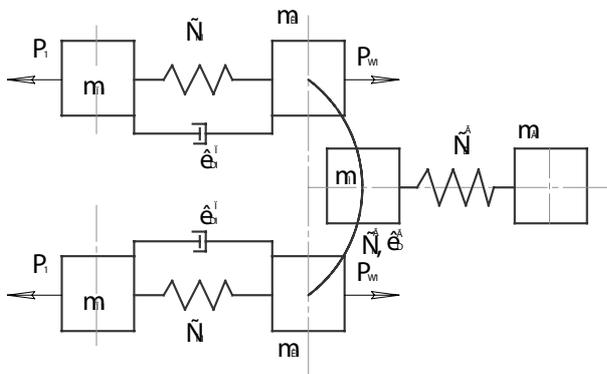


Рис. 4. Шестимассовая динамическая модель мостового крана (для исследования переходных периодов передвижения)

Предлагаемая дискретно-континуальная динамическая модель крана учитывает все основные происходящие в системе процессы: упругие колебания трансмиссии механизма передвижения, продольные и поперечные колебания крановой металлоконструкции, маятниковые колебания груза, а так же поперечные и вращательные движения кранового моста.

Представленная динамическая модель мостового крана не учитывает распределенную массу пролетной конструкции. Учитывая сложность соответствующей ей математической модели, этот параметр целесообразно применять для решения конкретного класса задач динамики (выбор рациональных параметров упруго-вязкой подвески кабины или рессорного опирания рамы тележки и крана и т.д.). Основным отличием предлагаемой динамической модели от моделей представленных в работах [1-3] является то, что учитывается затухание колебаний привода и металлоконструкции, действительные механические характеристики электропривода с частотным управлением, так как данный параметр оказывает существенное влияние на характер переходных процессов. При этом рассматриваемая модель учитывает колебания груза и колебания металлоконструкции моста крана.

Исследование режимов работы мостового крана и оптимизация параметров рабочего процесса невозможны без аналитического описания. С этой целью разработана математическая модель рабочего процесса работы крана, которая дает аналитическое представление работы мостового крана при переходных режимах.

При расчете динамики любой конструкции обычно выделяют следующие этапы:

- идеализация свойств заданной конструкции и внешних воздействий (построение динамической модели);

- математическая формулировка поведения динамической модели (построение математической модели);

- выбор метода исследования математической модели и проведение этих исследований;

- анализ полученных математических данных.

Для составления динамической и математической модели, учитывающей основные параметры реальной конструкции мостового крана для исследования переходных периодов работы, принимаем следующие допущения:

- гибкая подвеска груза заменена упругой связью с условной горизонтальной жесткостью; - не учтены зазоры в приводе;

- сила сопротивления передвижению крана принята постоянной;

- соединение главных и концевых балок рассматривается как шарнирное;

- пробуксовка колес отсутствует.

Согласно экспериментальным исследованиям [3], которые показали, что форму деформации моста при неустановившемся движении крана можно принять подобной статической деформации моста при нагружении его силой в середине пролета и полного ограничения смещения концевых балок в местах установки ходовых колес. Мост крана будет рассматриваться как система с тремя сосредоточенными массами (рис. 4), две из которых ( $m_{k1}$ ) приведены к поступательному перемещению концевых балок, а одна ( $m_{k2}$ ) – к поступательному перемещению тележки в середине пролета. При динамическом взаимодействии отдельных масс друг с другом их располагаем на одной какой-нибудь упругой связи. Это значит, что массы являются «приведенными» к одной связи.

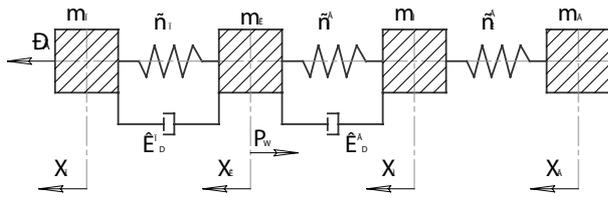


Рис. 5. Четырехмассовая динамическая модель мостового крана (для исследования переходных периодов передвижения)

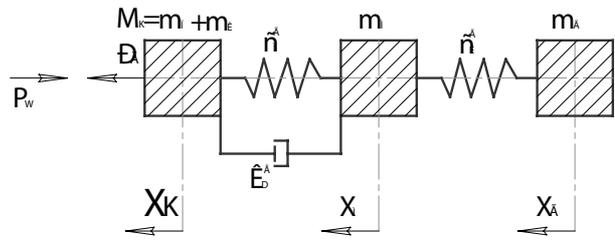


Рис. 6. Трехмассовая динамическая модель мостового крана (для исследования переходных периодов передвижения)

При этом расчетная схема является эквивалентной или приведенной расчетной схемой. Эти три массы соединены между собой упругой связью с коэффициентом жесткости  $c_m^r$ , который характеризует упругую податливость моста в горизонтальной плоскости. В отличие от моделей, рассмотренных в работах [1-2] динамическая модель на рис. 4 учитывает затухание колебаний привода и металлоконструкций, а так же действительные механические характеристики кранового электропривода механизма передвижения с частотным управлением.

С помощью масс  $m_{п1}$  и коэффициентов жесткости  $c_{п1}$ , учитываются динамические свойства механизма передвижения, приведенных к поступательному перемещению ходовых частей. Внешние силы учитываются движущими и тормозными усилиями привода  $P_1$  и соответствующими силами статического сопро-

тивления передвижению сторон крана  $P_{w1}$ .

Расчетная схема на рис. 4 заменяется более удобной расчетной схемой на рис.5, в силу практической симметрии нагруженности крана, для которых выполняются следующие условия: где  $m_{п1} = 2 m_{п1}$ ;  $m_k = 2 m_{к1}$ ,  $P_{\Delta} = 2 P_1$ ,  $P_w = 2 P_{w1}$ .

Координаты абсолютного перемещения масс  $m_{п1}$ ,  $m_k$ ,  $m_m$ ,  $m_r$ ; обозначим соответственно через  $x_{п1}$ ,  $x_k$ ,  $x_m$ ,  $x_r$ .

Уравнения движения упругой системы составляются по принципу Даламбера, по второму закону Ньютона [4] или используя уравнения Лагранжа. Первый и второй способы практически равноценны, однако второй способ ведет к цели несколько быстрее, чем первый. Поэтому во всех случаях расчета динамических нагрузок в упругих цепочных системах с ограниченным числом степеней свободы целесооб-

Mathcad - [ОНВ]

Печать... Вперед Назад One Page Приблизить Отдалить Закрыть

$$R(x,y) = \begin{bmatrix} \frac{1}{22320} \left[ -179 \cdot \left[ \frac{d}{dx} y_1(x) - \frac{d}{dx} y_2(x) \right] - 4900 \cdot [y_1 - y_2] + y_1 - 3 \right] \\ \frac{1}{214} \left[ 179 \cdot \left[ \frac{d}{dx} y_2(x) - \frac{d}{dx} y_1(x) \right] + 4900 \cdot [y_1 - y_2] - 20 \cdot [y_2 - y_1] \right] \\ \frac{20}{204} \left[ \frac{d}{dx} y_1(x) - \frac{d}{dx} y_2(x) \right] \\ 179 \cdot [y_1 - y_2] + 4900 \cdot [y_1 - y_2] \\ 20 \cdot [y_2 - y_1] \\ \frac{d}{dx} y_1 \\ \frac{1}{22320} \left[ -179 \cdot [y_2 - y_1] - 4900 \cdot [y_1 - y_2] + \frac{d}{dx} y_1(x) \right] \end{bmatrix}$$

$$V_0 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 20 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$\tau_0 = 0$   
 $\tau_1 = 8$

N = 10000 Количество решенг точек на отрезке 0-8 сек.

$W = \text{solve}(V_0, \tau_0, \tau_1, N, R)$

0	0	1	0	2	0	3	0	4	0
1	$8 \cdot 10^{-7}$	$2.226 \cdot 10^{-7}$	$5.829 \cdot 10^{-7}$	$2.99 \cdot 10^{-7}$	$1.995 \cdot 10^{-7}$				
2	$1.6 \cdot 10^{-7}$	$9.242 \cdot 10^{-7}$	$1.168 \cdot 10^{-7}$	$6.382 \cdot 10^{-7}$	$1.586 \cdot 10^{-7}$				
3	$2.4 \cdot 10^{-7}$	$2.102 \cdot 10^{-7}$	$1.791 \cdot 10^{-7}$	$3.231 \cdot 10^{-7}$	$5.338 \cdot 10^{-7}$				

$\tau = W^{(0)}$   
 $r_0 = W^{(1)}$   
 $r_1 = W^{(2)}$

4	$3.2 \cdot 10^{-7}$	$2.736 \cdot 10^{-7}$	$2.225 \cdot 10^{-7}$	$1.021 \cdot 10^{-7}$	$1.276 \cdot 10^{-7}$	$r_2 = W^{(3)}$
5	$4 \cdot 10^{-7}$	$5.527 \cdot 10^{-7}$	$2.917 \cdot 10^{-7}$	$2.492 \cdot 10^{-7}$	$2.492 \cdot 10^{-7}$	$r_3 = W^{(4)}$
6	$4.8 \cdot 10^{-7}$	$8.404 \cdot 10^{-7}$	$3.8 \cdot 10^{-7}$	$5.165 \cdot 10^{-7}$	$4.306 \cdot 10^{-7}$	$r_4 = W^{(5)}$
7	$5.6 \cdot 10^{-7}$	$1.144 \cdot 10^{-6}$	$4.081 \cdot 10^{-7}$	$9.572 \cdot 10^{-7}$	$6.926 \cdot 10^{-7}$	$r_5 = W^{(6)}$
8	$6.4 \cdot 10^{-7}$	$1.493 \cdot 10^{-6}$	$4.442 \cdot 10^{-7}$	$1.622 \cdot 10^{-6}$	$1.02 \cdot 10^{-6}$	$r_6 = W^{(7)}$
9	$7.2 \cdot 10^{-7}$	$1.89 \cdot 10^{-6}$	$5.242 \cdot 10^{-7}$	$2.615 \cdot 10^{-6}$	$1.482 \cdot 10^{-6}$	$r_7 = W^{(8)}$
10	$8 \cdot 10^{-7}$	$2.332 \cdot 10^{-6}$	$5.821 \cdot 10^{-7}$	$3.985 \cdot 10^{-6}$	$1.991 \cdot 10^{-6}$	$r_8 = W^{(9)}$
11	$8.8 \cdot 10^{-7}$	$2.821 \cdot 10^{-6}$	$6.299 \cdot 10^{-7}$	$5.832 \cdot 10^{-6}$	$2.649 \cdot 10^{-6}$	$r_9 = W^{(10)}$
12	$9.6 \cdot 10^{-7}$	$3.256 \cdot 10^{-6}$	$6.978 \cdot 10^{-7}$	$8.258 \cdot 10^{-6}$	$3.427 \cdot 10^{-6}$	$r_{10} = W^{(11)}$
13	0.01	$3.937 \cdot 10^{-6}$	$7.551 \cdot 10^{-7}$	$1.127 \cdot 10^{-5}$	$4.268 \cdot 10^{-6}$	$r_{11} = W^{(12)}$
14	0.011	$4.544 \cdot 10^{-6}$	$8.125 \cdot 10^{-7}$	$1.529 \cdot 10^{-5}$	$5.452 \cdot 10^{-6}$	$r_{12} = W^{(13)}$

Рис. 1.  $y_1$  - в даном случае путь проходимый концом Силки моста крана, а где  $x$  - время (с),  $y_1, y_2$  - (метр).

Рис. 2. Скорость концов Силки в период разгона. (М/сек).

Нажмите F1 для получения справки.

ABTO NUM Стр. 3

пуск Mathcad - [ОНВ] RU Norton 9:33

Рис. 7. Листинг решения системы нелинейных дифференциальных уравнений в программе MathCAD 12

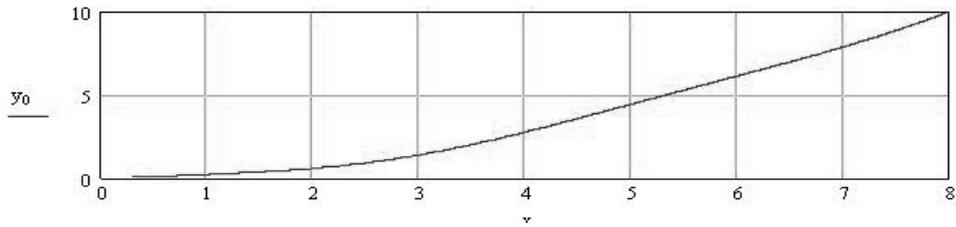


Рис. 8. Путь (расстояние), проходимый концевыми балками в период разгона, м

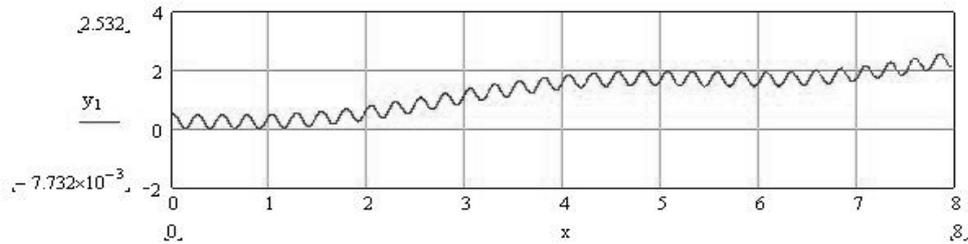


Рис. 9. Скорость концевых балок в период разгона, м/с

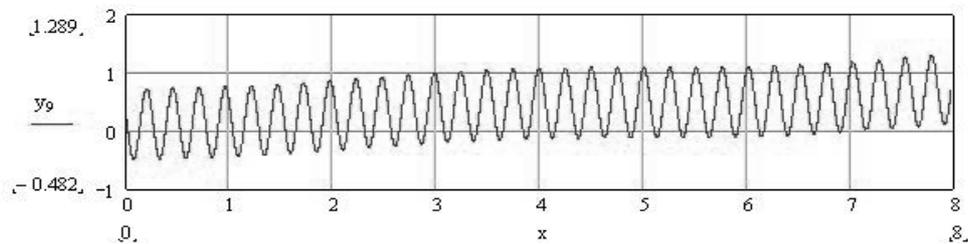


Рис. 10. Ускорение концевых балок в период разгона, м/с<sup>2</sup>

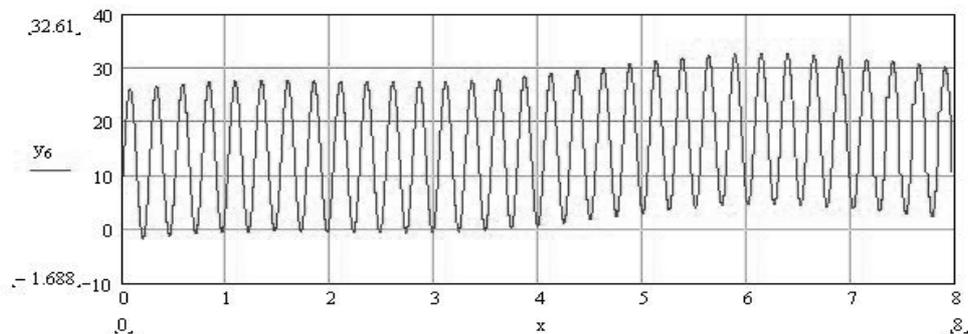


Рис. 11. Инерционная нагрузка на металлоконструкцию крана, кН

разно применять второй закон Ньютона.

Наиболее простой расчетной схемой, отвечающим поставленным требованиям, является трехмассовая расчетная схема с двумя упругими связями.

Движение, которое показано на рис. 5 расчетной схемы представим следующими дифференциальными уравнениями:

$$m_{\Pi} \cdot \frac{d^2 x_{\Pi}}{dt^2} + K_D^{\Pi} \left( \frac{dx_{\Pi}}{dt} - \frac{dx_K}{dt} \right) + C_{\Pi} (x_{\Pi} - x_K) - P_{Д1} = 0;$$

$$m_K \cdot \frac{d^2 x_K}{dt^2} - K_D^{\Pi} \cdot \left( \frac{dx_{\Pi}}{dt} - \frac{dx_K}{dt} \right) - C_{\Pi} \cdot (x_{\Pi} - x_K) +$$

$$+ K_D^{\Gamma} \left( \frac{dx_K}{dt} - \frac{dx_M}{dt} \right) + C_M^{\Gamma} \cdot (x_K - x_M) + P_W = 0;$$

$$m_M \cdot \frac{d^2 x_M}{dt^2} - K_D^{\Gamma} \left( \frac{dx_K}{dt} - \frac{dx_M}{dt} \right) - C_M^{\Gamma} \cdot (x_K - x_M) + C_K^{\Gamma} (x_M - x_{\Gamma}) = 0;$$

$$m_{\Gamma} \cdot \frac{d^2 x_{\Gamma}}{dt^2} - C_K^{\Gamma} (x_M - x_{\Gamma}) = 0 \quad (1)$$

В соответствии с экспериментальными исследованиями ряда авторов установлено, что колебания высших гармоник (колебания в приводе) совершенно не сказываются на колебаниях груза и практически не оказывают влияние на колебания металлоконструкции, поэтому для исследования динамических инерционных нагрузок металлоконструкции мостового крана приемлемо допущение об абсолютной жесткости

привода передвижения крана [1]. Поэтому для исследования инерционных нагрузок металлоконструкции и колебаний груза, возникающих при разгоне, мостовые краны целесообразно представлять трехмассовой двухсвязной динамической моделью (рис. 6).

Движение этой трехмассовой двухсвязной динамической модели описывается следующими уравнениями:

$$\begin{aligned} M_K \cdot \frac{d^2 X_K}{dt^2} + K_D^r \cdot \left( \frac{dX_K}{dt} - \frac{dx_M}{dt} \right) + \\ + C_M^r (X_K - x_M) - P_{A1} + P_W = 0; \\ m_M \cdot \frac{d^2 x_M}{dt^2} - K_D^r \cdot \left( \frac{dX_K}{dt} - \frac{dx_M}{dt} \right) - \\ - C_M^r (X_K - x_M) + C_K^r (x_M - x_G) = 0; \\ m_G \cdot \frac{d^2 x_G}{dt^2} - C_K^r \cdot (x_M - x_G) = 0; \end{aligned} \quad (2)$$

На рис. 1–6 и в уравнениях (1) и (2) приняты следующие обозначения:

$m_{П1}$  – приведенная к ходовым колесам масса вращающихся частей привода, (кг);  $m_K$  – масса моста, приведенная к перемещению концевых балок, (кг);  $M_K$  – приведенная к ходовым колесам масса вращающихся частей привода, (начиная от ротора двигателя до ходового колеса включительно) и масса моста, приведенная к перемещению концевых балок, (кг);  $m_M$  – приведенная к середине пролета масса средних частей моста и порожней тележки, (кг);  $m_G$  – масса груза, (кг);  $P_{Д1}$  – сила двигателя, приведенного к ободу приводных ходовых колес, Н;  $P_W$  – сила статического сопротивления передвижению крана, Н;  $C_{П1}$  – приведенный к ходовым колесам коэффициент жесткости привода механизма передвижения, Н/м;  $C_M^r$  – коэффициент жесткости металлоконструкции крана в горизонтальной плоскости, Н/м;  $C_K^r$  – горизонтальная составляющая натяжения грузовых канатов, Н/м;  $E_y$  – изгибная жесткость моста в горизонтальной плоскости, Нм<sup>2</sup>;  $K_D^r$  – коэффициент затухания колебаний (демпфирования) привода передвижения крана;  $K_D^r$  – коэффициент затухания колебаний (демпфирования) металлоконструкции в горизонтальной плоскости;  $X_{П1}, X_K, x_M, x_G$  – пути, проходимые соответствующими массами начала координат, м.

Расчет процесса разгона крана на ЭВМ производился известным численным методом Рунге – Кутты.

В качестве начальных условий принимаются параметры перемещений, скоростей, ускорений главных и концевых балок в момент пуска равными нулю. Движущее усилие в приводе соответствует виду механической характеристики кранового электропривода и для упрощенного расчета принимается постоянным. Предварительно производится расчет коэффициентов входящих в систему нелинейных дифференциальных уравнений. Таким образом, на основании расчета получаем следующие значения:  $m_{П1} = 3,5$  т;  $m_K = 20,5$  т;  $m_M = 26$  т,  $m_G = 20,4$  т,  $C_M^r = 6900$  кН/м,  $C_K^r = 20$  кН/м,  $P_W = 3$  кН,  $P_{Д1} = 20$  кН,  $t_H = 0$ .

Граничные условия определяются на том основа-

нии, что время разгона крана принимается равным 8 сек.  $t_K = 8$  сек, при этом экспериментальные данные в работе [3] позволяют ориентировочно принимать скорость концевых балок в конце разгона равную  $x_K = 2,08$  м/с.

Исследование периода разгона грузоподъемного крана производился численным интегрированием системы уравнений (2) методом Рунге-Кутты.

Для решения системы нелинейных дифференциальных уравнений (2) использовалась программа MathCAD 12.

В результате теоретических исследований были получены следующие графики изменения основных параметров переходного процесса разгона: скоростей и ускорений средних и концевых частей моста крана, значение динамического усилия в приводе, значение горизонтальной инерционной нагрузки на металлоконструкцию крана, значение горизонтальной составляющей натяжения грузовых канатов.

На рис. 8 – 11 в качестве примера приведены графики процесса разгона крана при постоянно заданном движущем усилии привода трансмиссии механизма передвижения.

Таким образом, разработанная математическая модель позволяет определять основные параметры в период пуска (разгона) механизма передвижения крана, такие как скорости и ускорения, нагрузки на металлоконструкцию и т.д. По результатам решения системы дифференциальных уравнений, описывающих процесс разгона, появляется возможность исследовать упругие колебания элементов трансмиссии механизма передвижения и металлоконструкции крана.

#### Библиографический список

1. Гохберг М.М. Металлические конструкции подъемно-транспортных машин. 3-е изд. – Л.: Машиностроение, 1976. – 456 с.
2. Лобов Н.А. Динамика передвижения кранов по рельсовому пути. М.: Издательство МГТУ им. Баумана, 2003. – 232 с.
3. Лобов Н.А. Экспериментальное определение динамических нагрузок мостовых кранов при пуске и торможении / Н.А. Лобов // Известия вузов. Машиностроение. – 1976. – № 12. – С. 104-108.
4. Пановко Я.Г. Основы прикладной теории упругих колебаний. - М.: Машиностроение, 1997. – 432 с.

**АХТУЛОВ Алексей Леонидович**, профессор, доктор технических наук, заведующий кафедрой управления качеством и сертификации Сибирской государственной автомобильно-дорожной академии.

**КИРАСИРОВ Олег Михайлович**, доцент, кандидат технических наук, заведующий кафедрой технологии машиностроения и ремонта машин Института технического сервиса в АПК ОмГАУ.

**КОМЕРЗАН Евгений Владиславович**, аспирант кафедры управления качеством и сертификации Сибирской государственной автомобильно-дорожной академии.

Дата поступления статьи в редакцию: 25.04.2008 г.

© Ахтулов А.А., Кирасиров О.М., Комерзан Е.В.

## АВТОМАТИЗИРОВАННОЕ ФОРМИРОВАНИЕ КОМПЛЕКТОВ МАШИН И МЕХАНИЗМОВ ДЛЯ ПРОИЗВОДСТВА БЕТОННЫХ РАБОТ

Авторами статьи предложена модель формирования и оценки комплектов строительных машин и материалов для производства бетонных работ. С помощью этой модели можно оценить эффективность подбора состава бетонной смеси и машин для производства бетонных работ на любом строительном объекте.

После определения объёма бетонных работ возникает необходимость подбора состава бетона, машин и механизмов для производства, транспортировки, подачи, распределения и уплотнения бетонной смеси [1]. Схема формирования комплекта машин и механизмов для проведения бетонных работ представлена на рис. 1.

Подбор состава бетонной смеси осуществляется в соответствии с методикой, описанной в СНиП [2], и начинается с определения ориентировочного значения водоцементного отношения. По результатам испытаний прочности тяжелого бетона для оптимально подобранных составов в лабораториях заводов железобетонных изделий (ЗЖБИ) г. Омска была получена регрессионная зависимость (1) водоцементного отношения от активности цемента и прочности бетона при сжатии [3, 4].

$$B/C = \frac{0,35R_c}{R_c + 0,03R_c}, \quad (1)$$

где  $R_c$  — активность цемента, МПа;  $R_b$  — прочность бетона, МПа.

Количество воды, необходимое для приготовления 1 м<sup>3</sup> бетонной смеси зависит от удобоукладываемости бетонной смеси (подвижности или жесткости) и от наибольшего размера зерен крупного заполнителя (гравия или щебня). С учетом стандартных требований [2] и на основе экспериментальных исследований были выведены регрессионные уравнения [4] для расчета необходимого количества воды в производственных условиях.

Для подвижных смесей на гравии количество воды определяется по формуле

$$B = -0,09 \cdot u^2 + 4,68 \cdot u + 0,01 \cdot M_{кр}^2 - 1,48 \cdot M_{кр} + 190,81, \quad (2)$$

где  $M_{кр}$  — наибольший размер зерен гравия, мм;  $u$  — подвижность бетонной смеси, см.

Для жестких смесей на гравии количество воды определяется по формуле

$$B = 0,03 \cdot u^2 - 1,79 \cdot u + 0,02 \cdot M_{кр}^2 -$$

$$- 1,89 \cdot M_{кр} + 204,57, \quad (3)$$

где  $u$  — жесткость бетонной смеси, с.

При использовании щебня расход воды увеличивается на 10 л по сравнению с расходом воды для смеси с гравием. При использовании песка с водопотребностью более (менее) 7% расход воды увеличивают (уменьшают) на 5 л на каждый процент увеличения (уменьшения) водопотребности.

По водоцементному отношению и количеству воды определяют расход цемента на 1 м<sup>3</sup> бетонной смеси

$$C = \frac{B}{B/C}. \quad (4)$$

Количество крупного заполнителя вычисляется по формуле

$$K = \left( 1000 - \frac{C}{\rho_u} - B \right) \cdot \frac{\rho_k + r \rho_n}{(1+r)^2}, \quad (5)$$

где  $\rho_u$ ,  $\rho_k$ ,  $\rho_n$  — плотность цемента, крупного заполнителя и песка, соответственно, кг/м<sup>3</sup>;  $r$  — заданное соотношение по массе между песком и крупным заполнителем.

Количество песка определяется как разница между массой заполнителей и массой крупного заполнителя или как произведение значения соотношения по массе между песком и крупным заполнителем на массу крупного заполнителя

$$П = 3 - K = r \cdot K. \quad (6)$$

Себестоимость 1 м<sup>3</sup> бетонной смеси определяется следующим образом

$$C_{бс} = \frac{C \cdot C_u + П \cdot C_n + K \cdot C_k + B \cdot C_g}{1000}, \quad (7)$$

где  $C_u$ ,  $C_n$ ,  $C_k$ ,  $C_g$  — стоимости тонны цемента, песка, крупного заполнителя и воды, соответственно.

Для приготовления бетонной смеси используются две категории бетоносмесительных установок: цик-

личного и непрерывного действия.

Часовая производительность бетоносмесителя определяется по формуле

$$B_M = \frac{3600 \cdot V_{\text{заг}} \cdot K_{\text{вых}} \cdot K_v}{t_{\text{ц}}}, \quad (8)$$

где  $t_{\text{ц}}$  – время цикла, с;  $V_{\text{заг}}$  – объем загрузки, м<sup>3</sup>;  $K_{\text{вых}}$  – коэффициент выхода бетонной смеси, при отсутствии точных данных следует принимать равным 0,6...0,7;  $K_v$  – коэффициент использования бетоносмесителя по времени.

Сменная производительность бетоносмесителя определяется по формуле

$$П_c = B_M \cdot T_c, \quad (9)$$

где  $T_c$  – продолжительность смены, ч.

Коэффициент выхода бетонной смеси рассчитывается по формуле

$$K_{\text{вых}} = \frac{Ц/\rho'_c + K/\rho'_k + П/\rho'_n + B}{Ц/\rho_c + K/\rho_k + П/\rho_n}, \quad (10)$$

где  $Ц$  – расход цемента, кг/м<sup>3</sup>;  $K$  – расход крупного заполнителя, кг/м<sup>3</sup>;  $П$  – расход мелкого заполнителя, кг/м<sup>3</sup>;  $B$  – расход воды, л/м<sup>3</sup>;  $\rho'_c$  – насыпная плотность цемента, т/м<sup>3</sup>;  $\rho'_k$  – насыпная плотность крупного заполнителя, т/м<sup>3</sup>;  $\rho'_n$  – насыпная песка, т/м<sup>3</sup>;  $\rho_c$  – истинная плотность цемента, т/м<sup>3</sup>;  $\rho_k$  – истинная плотность крупного заполнителя, т/м<sup>3</sup>;  $\rho_n$  – истинная плотность песка, т/м<sup>3</sup>.

Время цикла бетоносмесителя определяется по формуле

$$t_{\text{ц}} = t_{\text{заг}} + t_{\text{пер}} + t_{\text{выг}} + t_{\text{пб}}, \quad (11)$$

где  $t_{\text{заг}}$  – время загрузки бетоносмесителя, с;  $t_{\text{пер}}$  – время перемешивания бетонной смеси, с;  $t_{\text{выг}}$  – время выгрузки бетонной смеси, с;  $t_{\text{пб}}$  – время подъема барабана, с.

Продолжительность выполнения работ определяется по формуле

$$T = \frac{V}{П_c}, \quad (12)$$

где  $V$  – объём работ, м<sup>3</sup>.

Стоимость перевозки 1 м<sup>3</sup> бетонной смеси определяется по формуле

$$C = \frac{V \cdot C_M}{B_M}, \quad (13)$$

где  $C$  – стоимость машино-часа автотранспорта, руб.

Расценки на перевозку 1 м<sup>3</sup> бетонной смеси определяются по формуле

$$P = \frac{V \cdot Z_n}{B_M}, \quad (14)$$

где  $Z_n$  – заработная плата за час водителя автотранспорта, руб.

После выбора бетоносмесителя осуществляется подбор автотранспорта для перевозки бетонной смеси.

Количество замесов, перевозимых одним автотранспортом, рассчитывается из условий:

$$P_{\text{ам}} \geq N_{\text{зам}} \cdot V_{\text{зам}} \cdot \rho_{\text{бс}}, \quad (15)$$

$$V_{\text{куз}} \geq N_{\text{зам}} \cdot V_{\text{зам}}, \quad (16)$$

где  $P_{\text{ам}}$  – грузоподъемность автотранспорта, т;

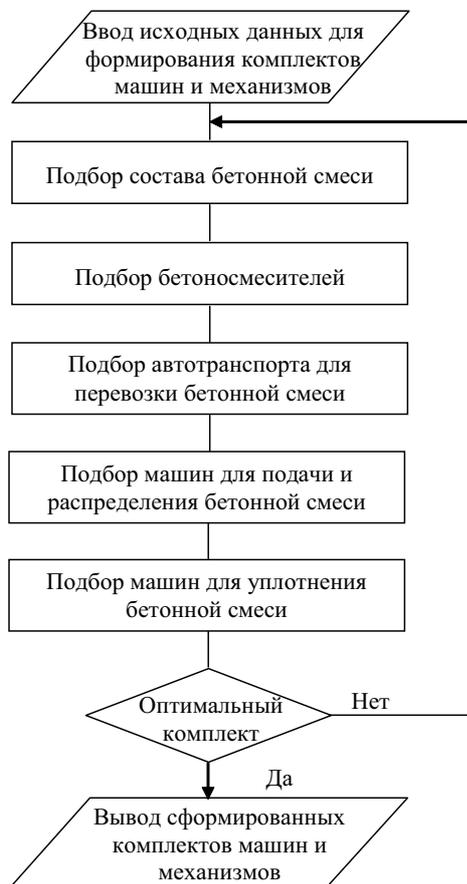


Рис. 1. Схема формирования комплекта машин и механизмов для проведения бетонных работ

$N_{\text{зам}}$  – количество замесов, перевозимых одним автотранспортом, шт.;  $V_{\text{зам}}$  – объем замеса, м<sup>3</sup>;  $\rho_{\text{бс}}$  – плотность бетонной смеси, т/м<sup>3</sup>;  $V_{\text{куз}}$  – объем кузова, м<sup>3</sup>.

Время цикла автотранспорта определяется по формуле

$$t_{\text{ам}} = t_n + t_{\text{мп}} + t_p + t_{\text{хх}} + t_o, \quad (17)$$

где  $t_n$  – время загрузки автотранспорта на бетоносмесительном узле, с;  $t_{\text{мп}}$  – время транспортировки бетонной смеси до стройплощадки, с;  $t_p$  – время выгрузки бетонной смеси на стройплощадке, с;  $t_{\text{хх}}$  – время холостого хода до бетоносмесительного узла, с;  $t_o$  – время ожидания автотранспорта на бетоносмесительном узле, с.

Определение времени загрузки автотранспорта производится по формуле

$$t_o = N_{\text{зам}} \cdot t_{\text{бс}}, \quad (18)$$

где  $t_{\text{бс}}$  – время цикла одного замеса на бетоносмесительном узле, с.

Время транспортировки бетона определяется по формуле

$$t_{\text{мп}} = \frac{3600 \cdot L}{V_{\text{сп}}}, \quad (19)$$

где  $L$  – расстояние транспортировки бетонной смеси, км;  $V_{\text{сп}}$  – средняя скорость движения автотранспорта, км/ч.

Время выгрузки бетонной смеси на стройплощадке для самосвалов и автобетоновозов без использования бетононасоса определяется по формуле

$$t_p = t_{nog} + t_{oc} + t_{on} + t_{ман}, \quad (20)$$

где  $t_{oc}$  — время очистки кузова, с;  $t_{ман}$  — время маневрирования, с;  $t_{nog}$  — время подъема груженного кузова, с;  $t_{on}$  — время опускания кузова, с.

Время выгрузки бетонной смеси на стройплощадке из автобетоносмесителей при использовании бетононасоса определяется по формуле

$$t_p = \frac{V_{абв}}{\Pi_{бн}}, \quad (21)$$

где  $V_{абв}$  — объем бетонной смеси, перевозимой одним автобетоновозом;  $\Pi_{бн}$  — производительность бетононасоса.

Время ожидания автотранспорта на бетоносмесительном узле определяется по формуле

$$t_o = N_{ам} \cdot t_n - t_{ам}, \quad (22)$$

где  $N_{ам}$  — требуемое количество машин, шт.

Требуемое количество машин определяется из условия

$$N_{ам} = \frac{t_{ам}}{t_n}. \quad (23)$$

Наиболее прогрессивным способом укладки бетонной смеси в построечных условиях является использование бетононасосов и автобетоносмесителей. Бетононасосы являются универсальными машинами с широким диапазоном технологических возможностей.

От уплотнения бетонной смеси в основном зависит плотность и однородность бетона, а следовательно, его прочность и долговечность.

Погружение глубинного вибратора в бетонную смесь должно обеспечивать углубление его в ранее уложенный слой на 5–10 см. Для обеспечения качественного уплотнения и проработки примыкающего слоя свежееуплотненного бетона в месте контакта с ранее уложенным рекомендуется глубинные вибраторы устанавливать с наклоном под углом 30–35° к горизонту для увеличения их производительности. Шаг перестановки глубинных вибраторов не должен превышать полуторного радиуса их действия. Толщина уплотняемого слоя не должна превышать 1,25 длины рабочей части вибратора.

Радиус действия  $R_b$  и амплитуду смещения  $A_b$  глубинных вибраторов [6] находятся из формул (24) — (26)

$$A_b = \frac{E_{max} \cdot e^{\alpha R_b}}{\sqrt{(0,5 \cdot R_b + \alpha)^2 + \frac{\omega^2 \rho}{E}}}, \quad (24)$$

где  $E_{max}$  — максимальная относительная деформация смеси;  $\alpha$  — коэффициент затухания, см<sup>-1</sup>;  $\omega$  — угловая частота колебаний, рад/с;  $\rho$  — плотность смеси, кг/м<sup>3</sup>;  $E$  — модуль упругости, МПа.

Относительная деформация бетонной смеси определяется по формуле

$$E_p = A_b \sqrt{\frac{R_b}{R}} \cdot \sqrt{(0,5 \cdot R_b + \alpha)^2 + \frac{\omega^2 \rho}{E}} \cdot e^{-\alpha R}, \quad (25)$$

где  $R_b$  — радиус действия вибратора, см.

С помощью выражения  $E_p = f(R_b)$  строится график. При этом  $E$  принимается для пористости  $\Pi = 0,04$ . Предельный радиус действия внутреннего вибратора  $r_o$  будет соответствовать на полученной кривой точке  $E_p = E_{p,min}$ .

При уплотнении модуль упругости смеси определяется по формуле

$$E = \frac{(p_o + p_{cm})^2}{\Pi}, \quad (26)$$

где  $p_o, p_{cm}$  — соответственно атмосферное и статическое давление на смесь.

Для автоматизации подбора состава бетонной смеси и машин для производства бетонных работ авторами было разработано соответствующее программное обеспечение [1, 4, 5, 7].

Проведенные авторами исследования позволили впервые полностью автоматизировать процесс подбора состава бетонной смеси и машин для производства бетонных работ с минимальным значением целевой функции (себестоимости и трудоемкости производства работ, стоимости материалов). Использование созданных программ на предприятиях строительной отрасли позволяют снизить трудоемкость подбора состава бетонной смеси и машин для производства бетонных работ на 30–40 % по сравнению с традиционным расчетным методом, а себестоимость проведения данного вида работ — на 15–25 % [7].

#### Библиографический список

1. Кузнецов С.М. Автоматизированная система формирования парка строительных машин / С.М. Кузнецов, К.С. Кузнецова, А.Д. Суворов, И.А. Маслов // Жилищное строительство. — 2007. — № 3. — С. 8–10.
2. СНиП 3.06.04-91. Мосты и трубы. — М.: Издательство стандартов. — 1991. — 45 с.
3. Санькова Т.А. Проблемы автоматизированного проектирования строительных конгломератов / Т.А. Санькова, И.Л. Чулкова // Вестник Сибирской государственной автомобильно-дорожной академии. — Омск: СибАДИ. — 2007. — Вып. 5. — С. 117–120.
4. Т.А. Санькова. Система автоматизированного проектирования состава бетонных смесей различных видов / Машины, технологии и процессы в строительстве: тр. Междунар. конгресса, посвященного 45-летию факультета «Транспортные и технологические машины», 6-7 декабря 2007 г. Вестник Сибирской государственной автомобильно-дорожной академии (СибАДИ). — Омск: СибАДИ. — 2007. — Вып. 6. — С. 295–297.
5. Кузнецов С.М. Свидетельство об отраслевой регистрации разработки № 3059 «Подбор строительных машин для производства бетонных работ» от 19.12.2003 г.
6. Производство сборных железобетонных изделий. Справочник; под ред. К.В. Михайлова, К.М. Королева. — М.: Стройиздат. — 1989. — 447 с.
7. Кузнецов С.М., Чулкова И.Л. Свидетельство об отраслевой регистрации разработки № 8647 «Расчет ТЭП железобетонных конструкций» от 12.07.2007.

**ЧУЛКОВА Ирина Львовна**, кандидат технических наук, доцент кафедры «Строительные материалы и специальные технологии» СибАДИ.

**САНЬКОВА Татьяна Александровна**, соискатель кафедры «Строительные материалы и специальные технологии», старший преподаватель кафедры «Информационные технологии» СибАДИ.

**КУЗНЕЦОВ Сергей Михайлович**, кандидат технических наук, доцент кафедры «Технология, организация и экономика строительства» Сибирского государственного университета путей сообщения, г. Новосибирск.

Дата поступления статьи в редакцию: 30.04.2008 г.

© Чулкова И.Л., Санькова Т.А., Кузнецов С.М.

## АНАЛИТИЧЕСКОЕ ОПИСАНИЕ ПРОЦЕССА УПЛОТНЕНИЯ АСФАЛЬТОБЕТОННОЙ СМЕСИ ВИБРАЦИОННЫМ КАТКОМ

Разработано аналитическое описание процесса уплотнения асфальтобетонной смеси вибрационным катком, отражающее динамику колебаний вибрационного катка и реологические свойства уплотняемой асфальтобетонной смеси, позволяющее определять рациональные режимы работы катка при уплотнении асфальтобетонных смесей. Представлены графики, отражающие зависимости контактных давлений вибрационного вальца и деформаций поверхности смеси под вальцом от времени контакта с уплотняемым материалом.

Целью уплотнения асфальтобетонных покрытий является создание плотной и устойчивой структуры, которая оказывает решающее влияние на его прочность, эксплуатационную надежность и долговечность. Достижение требуемой плотности неразрывно связано с многократными силовыми воздействиями на уплотняемый материал, которые вызывают его деформирование. Интенсивность накопления деформаций зависит как от состояния материала, так и параметров и режимов работы уплотняющих средств.

В настоящее время вибрационные катки довольно слабо изучены, что, в первую очередь, связано с недостаточной изученностью влияния параметров процесса виброуплотнения на напряженное состояние упруго-вязко-пластичных материалов.

Вопрос повышения эффективности процесса уплотнения асфальтобетонных смесей является очень актуальным и перспективным. Для достижения поставленной цели необходимо обосновать параметры и конструкцию уплотняющей машины – вибрационного катка с учетом физико-механических и реологических свойств уплотняемого материала. В статье рассматривается колебательная система «вибровалец - асфальтобетонная смесь» с целью описания ее динамических параметров. Кроме этого, описывается процесс взаимодействия вальца с уплотняемой смесью (с учетом постоянно изменяющихся свойств последней) с целью обоснования рациональных параметров катка, обеспечивающих эффективное уплотнение асфальтобетонной смеси [1].

В результате анализа процесса уплотнения смеси вибрационным катком была составлена его математическая модель (рис. 1).

Полученная модель одновременно отражает как динамику колебаний вибрационного вальца, так и реологические свойства уплотняемой среды.

Дифференциальные уравнения колебательной системы «пригруз» - «валец» - «смесь» можно записать в виде системы

$$\begin{cases} m_1 \cdot \ddot{x}_1 + \eta_4 \cdot (\dot{x}_1 - \dot{x}_2) + E_1 \cdot (x_1 - x_2) = m_1 \cdot g, \\ m_2 \cdot \ddot{x}_2 - \eta_4 \cdot (\dot{x}_1 - \dot{x}_2) - E_1 \cdot (x_1 - x_2) = \\ = Q \cdot \sin \omega t + m_2 \cdot g - P(t). \end{cases} \quad (1)$$

где  $m_2$  - масса вальца, которому сообщаются гармонические колебания от вибровозбудителя, кг,

$m_1$  - масса пригруза (масса рамы вальца, приходящаяся на вибрирующий валец), кг,

$x_1$  - амплитуда вибрации корпуса катка, возникающая от вращения дебалансного вала вальца и передающаяся через резиновые амортизаторы, мм,

$x_2$  - амплитуда вибрации вальца, мм,

$\eta_4$  - вязкость резиновых амортизаторов, Па·с,

$E_1$  - модуль деформации резиновых амортизаторов, Па,

$Q$  - возмущающая сила вибровозбудителя, Н,

$\omega$  - угловая частота вращения вала вибровозбудителя, рад/с,

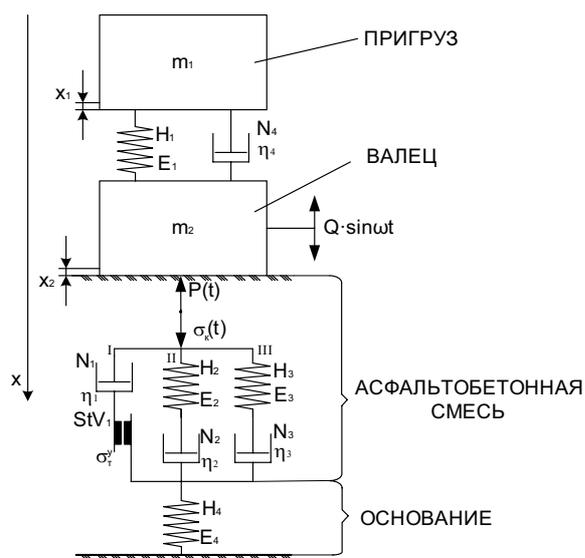


Рис. 1. Модель уплотнения асфальтобетонной смеси  
вибрационным катком

$N$  – модель Ньютона,  $\eta$  - вязкость модели Ньютона;  
 $H$  – модель Гука,  $E$  - модуль упругости модели Гука;  
 $StV$  – модель Сен-Венана,  $\sigma_T^y$  - предел текучести  
модели Сен-Венана.

$t$  - время колебания, с,  
 $P(t)$  - реакция на валец со стороны уплотняемой смеси, Н.

Сложив эти два уравнения, получим

$$m_1 \cdot \ddot{x}_1 + m_2 \cdot \ddot{x}_2 = m_1 \cdot g + m_2 \cdot g + Q \cdot \sin \omega t - P(t) \quad (2)$$

Откуда

$$P(t) = Q \cdot \sin \omega t - m_1 \cdot \ddot{x}_1 - m_2 \cdot \ddot{x}_2 + m_1 \cdot g + m_2 \cdot g. \quad (3)$$

Так как равенство (3) соблюдается на протяжении всего процесса уплотнения, то контактное давление вальца на смесь можно определить по формуле

$$\sigma_k(t) = \frac{P(t)}{F_k(t)}, \quad (4)$$

где  $F_k(t)$  - площадь пятна контакта вальца со смесью, м<sup>2</sup>.

Площадь пятна контакта определяется по формуле

$$F_k(t) = L_{AB}(t) \cdot B, \quad (5)$$

где  $L_{AB}$  - длина дуги контакта вальца со смесью, м,  
 $B$  - ширина вальца, м.

При расчетах примем  $x_1 = 0,02 \cdot x_2$  [2], тогда контактное давление в любой момент времени можно определить по формуле

$$\sigma_k(t) = \frac{(m_1 + m_2) \cdot g}{L_{AB}(t) \cdot B} + \frac{Q}{L_{AB}(t) \cdot B} \cdot \sin \omega t - \frac{(0,02 \cdot m_1 + m_2) \cdot d^2}{L_{AB}(t) \cdot B} \cdot \frac{d^2}{dt^2} \quad (6)$$

где  $e$  - абсолютная деформация уплотняемой смеси, мм,  
 или

$$\sigma_k(t) = \frac{(m_1 + m_2) \cdot g}{L_{AB}(t) \cdot B} + \frac{Q}{L_{AB}(t) \cdot B} \cdot \sin \omega t - \frac{(0,02 \cdot m_1 + m_2) \cdot h_{ca}(t) \cdot \frac{d^2 \varepsilon}{dt^2}}{L_{AB}(t) \cdot B} \quad (7)$$

где  $\varepsilon$  - относительная деформация уплотняемой смеси,

$h_{ca}(t)$  - толщина слоя смеси, м.

В дальнейшем для расчетов будем использовать формулу (7).

Реологическая модель вибрационного уплотнения смеси состоит из трёх параллельно соединённых ветвей (блоков). При этом в любой момент времени соблюдаются условия

$$\varepsilon(t) = \varepsilon_1(t) = \varepsilon_2(t) = \varepsilon_3(t), \quad (8)$$

$$\sigma_k(t) = \sigma_1(t) + \sigma_2(t) + \sigma_3(t). \quad (9)$$

Так как основание достаточно хорошо уплотнено, то жесткость элемента  $H_4$  будет намного больше жесткости асфальтобетонной смеси и в этом случае элемент  $H_4$  в работу не включается.

Результаты исследований [1, 3, 4] показывают, что для эффективного уплотнения асфальтобетонных смесей необходимо, чтобы возникающие под рабочим органом контактные давления  $\sigma_k$  были не меньше их

предела текучести  $\sigma_T$ , но не больше предела прочности  $\sigma_{пр}$ , т.е.  $\sigma_T(t) \leq \sigma_k(t) < \sigma_{пр}(t)$ . Если  $\sigma_k(t) < \sigma_T(t)$ , то процесс уплотнения происходит не результативно, т.к. в этом случае под действием уплотняющих средств в смесях медленно накапливаются остаточные деформации [1, 3, 4].

При  $\sigma_k(t) > \sigma_{пр}(t)$  процесс уплотнения переходит в процесс разуплотнения, когда превышает в смеси запас деформативной способности и она разрушается на отдельные части [1, 3, 4].

При приложении напряжений больше предела текучести деформируются элементы  $StV_1-(H_2||N_2)-(H_3||N_3)$ , модель деформируется в режиме установившегося течения. Скорость течения определяется вязкостью смеси. Вязкий элемент  $N_1$  при этом не работает, так как деформируется элемент  $StV_1$ . Элемент  $StV_1$  в блоке I отображает упруго-вязко-пластичную деформацию, а блоки II и III - релаксацию напряжений в смеси. В данном случае во внимание берутся два времени релаксации напряжений - «быстрое» в блоке II и «медленное» в блоке III.

«Быстрая» релаксация внутренних напряжений осуществляется за счет взаимного перемещения крупных минеральных зерен, имеющих относительно толстые и малопрочные битумные пленки, что в большей мере проявляется на начальном этапе уплотнения, когда смесь менее плотная. «Медленная» релаксация напряжений проходит за счет релаксационных процессов в растворной части смеси (битум, песок, минеральный порошок). Таким образом, в процессе уплотнения непрерывно происходит перераспределение между двумя составляющими релаксации напряжений [1, 3, 4].

Изменение напряженно-деформированного состояния смеси во время разгрузки описывается набором элементов с формулой  $N_1-(H_2||N_2)-(H_3||N_3)$ . Деформация восстанавливается за счет обратной составляющей полной деформации. Скорость восстановления определяется вязкостью упругого последствия. Одновременно с восстановлением деформаций происходит релаксация напряжений в блоках II и III.

Для составления дифференциального уравнения состояния модели при напряжении больше предела текучести удобно пользоваться методом передаточных функций.

Принимая за входную величину деформацию, передаточная функция блока I будут иметь вид

$$W(p)_1 = \frac{\bar{\sigma}_k}{\varepsilon} = \frac{\sigma_T^y}{\varepsilon}, \quad (10)$$

Принимая за входную величину контактное давление, передаточные функции блоков II и III будут иметь вид

$$W(p)_2 = \frac{\bar{\varepsilon}}{\bar{\sigma}_k} = \frac{1}{E_2} + \frac{1}{\eta_2 \cdot p} = \frac{\eta_2 \cdot p + E_2}{E_2 \cdot \eta_2 \cdot p}, \quad (11)$$

$$W(p)_3 = \frac{\bar{\varepsilon}}{\bar{\sigma}_k} = \frac{1}{E_3} + \frac{1}{\eta_3 \cdot p} = \frac{\eta_3 \cdot p + E_3}{E_3 \cdot \eta_3 \cdot p}. \quad (12)$$

Общая передаточная функция примет вид

$$\sum W(p) = \frac{\sigma_k^y}{\varepsilon} = \frac{\sigma_T^y}{\varepsilon} + \frac{E_2 \cdot \eta_2 \cdot p}{\eta_2 \cdot p + E_2} + \frac{E_3 \cdot \eta_3 \cdot p}{\eta_3 \cdot p + E_3}, \quad (13)$$

$$\frac{E_2 \cdot \eta_2 \cdot p}{E_2 \cdot (\theta_2 \cdot p + 1)} + \frac{E_3 \cdot \eta_3 \cdot p}{E_3 \cdot (\theta_3 \cdot p + 1)} = \frac{\bar{\sigma}_k}{\varepsilon} - \frac{\sigma_T^y}{\varepsilon}, \quad (14)$$

где  $\theta_2$  и  $\theta_3$  - время релаксации в блоке II и блоке III соответственно, с,

$\eta_2$  и  $\eta_3$  - вязкость смеси в блоке II и блоке III соответственно, Па·с,

$E_2$  и  $E_3$  - модуль деформации смеси в блоке II и блоке III соответственно, Па.

$$\begin{aligned} & \eta_2 \cdot \theta_3 \cdot p^2 \cdot \bar{\varepsilon} + \eta_3 \cdot \theta_2 \cdot p^2 \cdot \bar{\varepsilon} + \\ & + \eta_2 \cdot p \cdot \bar{\varepsilon} + \eta_3 \cdot p \cdot \bar{\varepsilon} = \theta_2 \cdot \theta_3 \cdot p^2 \cdot \bar{\sigma}_{2-3} + \\ & + \theta_2 \cdot p \cdot \bar{\sigma}_2 + \theta_3 \cdot p \cdot \bar{\sigma}_3 + [\sigma_K - \sigma_T^y], \end{aligned} \quad (15)$$

$$\begin{aligned} & \eta_2 \cdot \theta_3 \cdot \frac{d^2 \varepsilon}{dt^2} + \eta_3 \cdot \theta_2 \cdot \frac{d^2 \varepsilon}{dt^2} + \eta_2 \cdot \frac{d\varepsilon}{dt} + \eta_3 \cdot \frac{d\varepsilon}{dt} = \\ & = \theta_2 \cdot \theta_3 \cdot \frac{d^2 \sigma_{2-3}}{dt^2} + \theta_2 \cdot \frac{d\sigma_2}{dt} + \theta_3 \cdot \frac{d\sigma_3}{dt} + [\sigma_K - \sigma_T^y] \end{aligned} \quad (16)$$

Ввиду того что распределение контактного давления вальца на смесь между тремя блоками в процессе уплотнения представляет определенную трудность, зададимся соотношением

$$\sigma_2(t) = n \cdot \sigma_K(t), \quad (17)$$

$$\sigma_3(t) = m \cdot \sigma_K(t). \quad (18)$$

Коэффициенты  $n$  и  $m$  будут постоянно изменяться в процессе уплотнения.

Тогда дифференциальное уравнение реологической модели переписывается в виде

$$\begin{aligned} & \eta_2 \cdot \theta_3 \cdot \frac{d^2 \varepsilon}{dt^2} + \eta_3 \cdot \theta_2 \cdot \frac{d^2 \varepsilon}{dt^2} + \eta_2 \cdot \frac{d\varepsilon}{dt} \\ & + \eta_3 \cdot \frac{d\varepsilon}{dt} = \theta_2 \cdot \theta_3 \cdot (n \cdot m) \frac{d^2 \sigma_K}{dt^2} + \\ & + \theta_2 \cdot n \cdot \frac{d\sigma_K}{dt} + \theta_3 \cdot m \cdot \frac{d\sigma_K}{dt} + [\sigma_K - \sigma_T^y], \end{aligned} \quad (19)$$

$$\begin{aligned} & (\eta_2 \cdot \theta_3 + \eta_3 \cdot \theta_2) \cdot \frac{d^2 \varepsilon}{dt^2} + \\ & + (\eta_2 + \eta_3) \cdot \frac{d\varepsilon}{dt} = \theta_2 \cdot \theta_3 \cdot (n \cdot m) \frac{d^2 \sigma_K}{dt^2} + \\ & + (\theta_2 \cdot n + \theta_3 \cdot m) \cdot \frac{d\sigma_K}{dt} + [\sigma_K - \sigma_T^y]. \end{aligned} \quad (20)$$

Таким образом, имеем систему двух дифференциальных уравнений, описывающую гармонические колебания вальца и реологические свойства асфальтобетонной смеси.

$$\begin{cases} \sigma_K(t) = \frac{(m_1 + m_2) \cdot g}{L_{AB}(t) \cdot B} + \frac{Q}{L_{AB}(t) \cdot B} \cdot \sin \omega t - \\ - \frac{(0,02 \cdot m_1 + m_2) \cdot h_{ca}(t) \cdot d^2 \varepsilon}{L_{AB}(t) \cdot B \cdot dt^2}, \\ \eta_2 \cdot \theta_3 \cdot \frac{d^2 \varepsilon}{dt^2} + \eta_3 \cdot \theta_2 \cdot \frac{d^2 \varepsilon}{dt^2} + \eta_2 \cdot \frac{d\varepsilon}{dt} + \eta_3 \cdot \frac{d\varepsilon}{dt} = \\ = \theta_2 \cdot \theta_3 \cdot (n \cdot m) \frac{d^2 \sigma_K}{dt^2} + \theta_2 \cdot n \cdot \frac{d\sigma_K}{dt} + \\ + \theta_3 \cdot m \cdot \frac{d\sigma_K}{dt} + [\sigma_K - \sigma_T^y]. \end{cases} \quad (21)$$

Введем обозначения:

$$\eta_2 \cdot \theta_3 + \eta_3 \cdot \theta_2 = \alpha(t), \quad (22)$$

$$\eta_2 + \eta_3 = \beta(t), \quad (23)$$

$$\theta_2 \cdot \theta_3 \cdot (n \cdot m) = \gamma(t), \quad (24)$$

$$\theta_2 \cdot n + \theta_3 \cdot m = \delta(t), \quad (25)$$

$$\frac{(m_1 + m_2) \cdot g}{L_{AB}(t) \cdot B} = p(t), \quad (26)$$

$$\frac{Q}{L_{AB}(t) \cdot B} = q(t), \quad (27)$$

$$\frac{(0,02 \cdot m_1 + m_2) \cdot h_{ca}(t)}{L_{AB}(t) \cdot B} = r(t). \quad (28)$$

Переписем систему в виде

$$\begin{cases} \sigma_K(t) = p(t) + q(t) \cdot \sin \omega t - r(t) \cdot \frac{d^2 \varepsilon}{dt^2}, \\ \alpha(t) \cdot \frac{d^2 \varepsilon}{dt^2} + \beta(t) \cdot \frac{d\varepsilon}{dt} = \gamma(t) \cdot \frac{d^2 \sigma_K}{dt^2} + \\ + \delta(t) \cdot \frac{d\sigma_K}{dt} + [\sigma_K - \sigma_T^y]. \end{cases} \quad (29)$$

Обозначим начальные условия

$$\varepsilon(0) = 0, \quad (30)$$

$$\varepsilon'(0) = 0, \quad (31)$$

$$\sigma_K(0) = \frac{(m_1 + m_2) \cdot g}{L_{AB} \cdot B} = p(0), \quad (32)$$

$$\sigma_K'(0) = 0, \quad (33)$$

Учитывая условия (30) и (31), решим второе уравнение системы (29) в начальный момент времени

$$\gamma(0) \cdot \sigma_K''(0) + \delta(0) \cdot \sigma_K'(0) + [\sigma_K(0) - \sigma_T^y(0)] = 0, \quad (34)$$

Откуда

$$\sigma_K''(0) = \frac{\sigma_T^y(0) - \sigma_K(0)}{\gamma(0)} = \frac{\sigma_T^y(0) - p(0)}{\gamma(0)}. \quad (35)$$

Получим решение системы при  $t \in (0, T)$  методом сеток [5]. Разобьем отрезок  $(0, T)$  на  $N$  частей (рис. 2).

Шаг разбиения  $\frac{T-0}{N} = \tau_0$ .

В  $i$ -ой точке аппроксимируем производные

$$\begin{aligned} \varepsilon(t_i) &= \varepsilon_i, \quad \varepsilon'(t_i) \approx \frac{\varepsilon_{i+1} - \varepsilon_i}{\tau_0}, \\ \varepsilon''(t_i) &\approx \frac{\varepsilon_{i+1} - 2 \cdot \varepsilon_i + \varepsilon_{i-1}}{\tau_0^2}; \end{aligned} \quad (36)$$

$$\sigma(t_i) = \sigma_i, \quad \sigma'(t_i) \approx \frac{\sigma_{i+1} - \sigma_i}{\tau_0},$$

$$\sigma''(t_i) \approx \frac{\sigma_{i+1} - 2 \cdot \sigma_i + \sigma_{i-1}}{\tau_0^2}. \quad (37)$$

Составим разностную схему

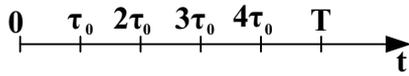


Рис. 2. Временной отрезок

$$\begin{cases} \sigma_i = p_i + q_i \cdot \sin \omega t - r_i \cdot \frac{\varepsilon_{i+1} - 2 \cdot \varepsilon_i + \varepsilon_{i-1}}{\tau_0^2}, \\ \alpha_i \cdot \frac{\varepsilon_{i+1} - 2 \cdot \varepsilon_i + \varepsilon_{i-1}}{\tau_0^2} + \beta_i \cdot \frac{\varepsilon_{i+1} - \varepsilon_i}{\tau_0} = \\ = \gamma_i \cdot \frac{\sigma_{i+1} - 2 \cdot \sigma_i + \sigma_{i-1}}{\tau_0^2} + \delta_i \cdot \frac{\sigma_{i+1} - \sigma_i}{\tau_0} + [\sigma_i - \sigma_i^T], \\ \varepsilon_0 = 0, \\ \frac{\varepsilon_1 - \varepsilon_0}{\tau_0} = 0 \Rightarrow \varepsilon_1 = \varepsilon_0, \\ \sigma_0 = p_0, \\ \frac{\sigma_1 - \sigma_0}{\tau_0} = 0 \Rightarrow \sigma_1 = \sigma_0 = p_0. \end{cases} \quad (38)$$

Выразим  $\varepsilon_{i+1}$  из первого уравнения системы (38)

$$\frac{r_i}{\tau_0^2} \cdot (\varepsilon_{i+1} - 2 \cdot \varepsilon_i + \varepsilon_{i-1}) = p_i + q_i \cdot \sin \omega t_i - \sigma_i, \quad (39)$$

$$\varepsilon_{i+1} - 2 \cdot \varepsilon_i + \varepsilon_{i-1} = \frac{\tau_0^2}{r_i} \cdot (p_i + q_i \cdot \sin \omega t_i - \sigma_i), \quad (40)$$

$$\varepsilon_{i+1} = 2 \cdot \varepsilon_i - \varepsilon_{i-1} + \frac{\tau_0^2}{r_i} \cdot (p_i + q_i \cdot \sin \omega t_i - \sigma_i). \quad (41)$$

Выразим  $\sigma_{i+1}$  из второго уравнения системы (38)

$$\begin{aligned} \alpha_i \cdot \frac{\varepsilon_{i+1} - 2 \cdot \varepsilon_i + \varepsilon_{i-1}}{\tau_0^2} + \beta_i \cdot \frac{\varepsilon_{i+1} - \varepsilon_i}{\tau_0} = \\ = \frac{\gamma_i}{\tau_0^2} \cdot \sigma_{i+1} + \frac{\gamma_i}{\tau_0^2} \cdot (-2 \cdot \sigma_i + \sigma_{i-1}) + \\ + \frac{\delta_i}{\tau_0} \cdot \sigma_{i+1} - \frac{\delta_i}{\tau_0} \cdot \sigma_i + \sigma_i - \sigma_i^T, \end{aligned} \quad (42)$$

$$\begin{aligned} \alpha_i \cdot (\varepsilon_{i+1} - 2 \cdot \varepsilon_i + \varepsilon_{i-1}) + \beta_i \cdot \tau_0 \cdot (\varepsilon_{i+1} - \varepsilon_i) = \\ = \sigma_{i+1} \cdot (\gamma_i + \tau_0^2 \cdot \delta_i) + \gamma_i \cdot (-2 \cdot \sigma_i + \\ + \sigma_{i-1}) - \delta_i \cdot \tau_0 \cdot \sigma_i + \sigma_i \cdot \tau_0^2 - \sigma_i^T \cdot \tau_0^2, \end{aligned} \quad (43)$$

$$\begin{aligned} \sigma_{i+1} \cdot (\gamma_i + \tau_0^2 \cdot \delta_i) = \alpha_i \cdot (\varepsilon_{i+1} - 2 \cdot \varepsilon_i + \varepsilon_{i-1}) + \\ + \beta_i \cdot \tau_0 \cdot (\varepsilon_{i+1} - \varepsilon_i) - \gamma_i \cdot (-2 \cdot \sigma_i + \\ + \sigma_{i-1}) + \delta_i \cdot \tau_0 \cdot \sigma_i - \sigma_i \cdot \tau_0^2 + \sigma_i^T \cdot \tau_0^2, \end{aligned} \quad (44)$$

$$\sigma_{i+1} = \frac{\varepsilon_{i+1} \cdot (\alpha_i + \beta_i \cdot \tau_0) - \varepsilon_i \cdot (2 \cdot \alpha_i + \beta_i \cdot \tau_0) + \\ + \alpha_i \cdot \varepsilon_{i-1} + \sigma_i \cdot (2 \cdot \gamma_i + \delta_i \cdot \tau_0 - \tau_0^2) - \gamma_i \cdot \sigma_{i-1} + \tau_0^2 \cdot \sigma_i^T}{\gamma_i + \tau_0^2 \cdot \delta_i}. \quad (45)$$

С учетом аппроксимации начальных условий при  $i = 1, t_i = \tau_0$  получим

$$\begin{aligned} \varepsilon_2 = 2 \cdot \varepsilon_1 - \varepsilon_0 + \frac{\tau_0^2}{r_1} \cdot (p_1 + q_1 \cdot \sin \omega \tau_0 - \sigma_1) = \\ = \frac{\tau_0^2 \cdot (p_1 + q_1 \cdot \sin \omega \tau_0 - p_0)}{r_1} \end{aligned} \quad (46)$$

$$\begin{aligned} \varepsilon_2 \cdot (\alpha_1 + \beta_1 \cdot \tau_0) - \varepsilon_1 \cdot (2 \cdot \alpha_1 + \beta_1 \cdot \tau_0) + \alpha_1 \cdot \varepsilon_0 + \\ + \sigma_1 \cdot (2 \cdot \gamma_1 + \delta_1 \cdot \tau_0 - \tau_0^2) - \gamma_1 \cdot \sigma_0 + \tau_0^2 \cdot \sigma_1^T = \\ = \frac{\varepsilon_2 \cdot (\alpha_1 + \beta_1 \cdot \tau_0) + p_0 \cdot (2 \cdot \gamma_1 + \delta_1 \cdot \tau_0 - \tau_0^2) - \gamma_1 \cdot p_0 + \tau_0^2 \cdot \sigma_1^T}{\gamma_1 + \tau_0^2 \cdot \delta_1}. \end{aligned} \quad (47)$$

При  $i = 2, t_i = 2\tau_0$  получим

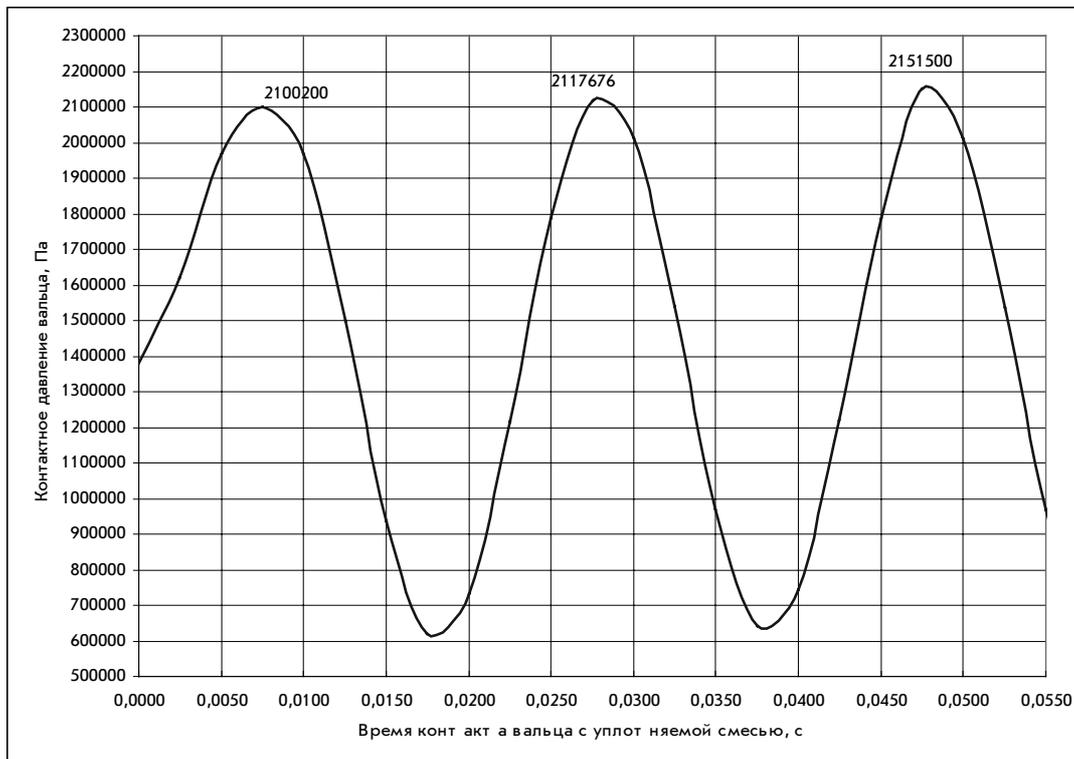


Рис. 3. Зависимость контактного давления вальца на смесь от времени его контакта с уплотняемой смесью

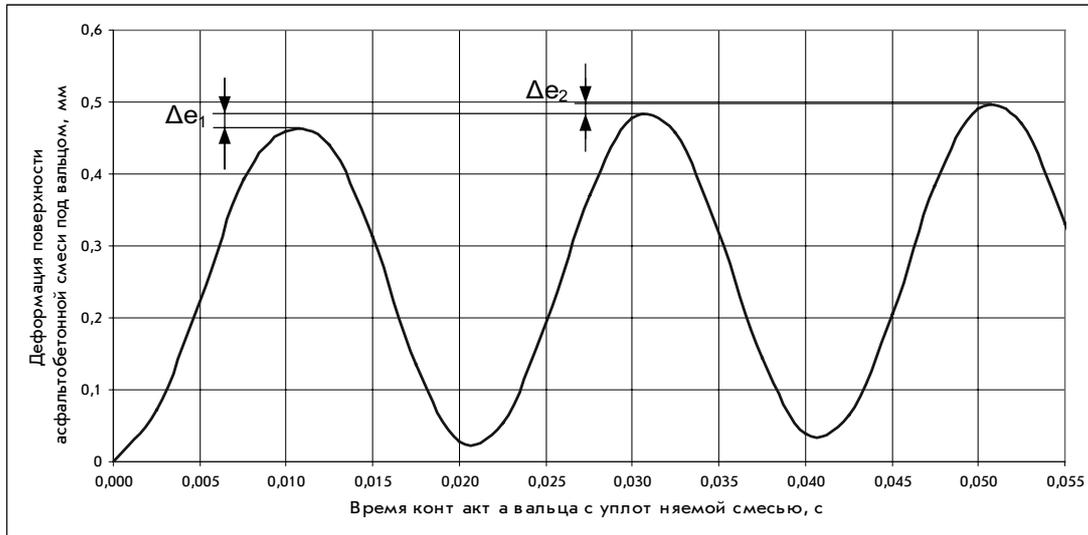


Рис. 4. Зависимость деформации поверхности смеси под вальцом от времени его контакта с уплотняемой смесью

$$\begin{aligned} \varepsilon_3 &= 2 \cdot \varepsilon_2 - \varepsilon_1 + \frac{\tau_0^2}{I_2} \cdot (p_2 + q_2 \cdot \sin 2\omega\tau_0 - \sigma_1) = \\ &= 2 \cdot \varepsilon_2 + \frac{\tau_0^2 \cdot (p_2 + q_2 \cdot \sin 2\omega\tau_0 - \sigma_2)}{I_2}, \end{aligned} \quad (48)$$

$$\begin{aligned} \varepsilon_3 \cdot (\alpha_2 + \beta_2 \cdot \tau_0) - \varepsilon_2 \cdot (2 \cdot \alpha_2 + \beta_2 \cdot \tau_0) + \\ \sigma_3 = \frac{+\alpha_2 \cdot \varepsilon_1 + \sigma_2 \cdot (2 \cdot \gamma_2 + \delta_2 \cdot \tau_0 - \tau_0^2) - \gamma_2 \cdot \sigma_0 + \tau_0^2 \cdot \sigma_2^T}{\gamma_2 + \tau_0^2 \cdot \delta_2} = \\ \varepsilon_3 \cdot (\alpha_2 + \beta_2 \cdot \tau_0) - \varepsilon_2 \cdot (2 \cdot \alpha_2 + \beta_2 \cdot \tau_0) + \\ = \frac{+\sigma_2 \cdot (2 \cdot \gamma_2 + \delta_2 \cdot \tau_0 - \tau_0^2) - \gamma_2 \cdot \sigma_0 + \tau_0^2 \cdot \sigma_2^T}{\gamma_2 + \tau_0^2 \cdot \delta_2}. \end{aligned} \quad (49)$$

И так далее по схеме вычисляются все значения  $\varepsilon_i$  и  $\sigma_i$  для каждого момента времени. При этом после каждого цикла необходимо проверять условие  $\sigma_i > \sigma_i^T$ . Расчет прекращается на  $(i-1)$  шаге при условии  $\sigma_i = \sigma_i^T$ , т.к. дальнейшее уплотнение неэффективно.

На рис. 3 и 4 изображены графики зависимостей контактных давлений вальца и деформаций поверхности смеси под вальцом от времени контакта вальца с уплотняемой смесью, полученные в результате расчета по данной методике. При этом рассматривался участок времени, равный времени контакта вальца со смесью, т.е. время прохода одного вальца. Для примера были заданы следующие условия: масса пригруза  $m_1 = 3000$  кг, масса вибрационного вальца  $m_2 = 2700$  кг, вынуждающая сила вибровозбудителя  $Q = 45000$  Н, ширина вальца  $B = 1,35$  м, длина дуги контакта вальца со смесью  $L_{AB} = 0,03$  м [6], скорость движения катка  $V = 2$  км/ч  $= 0,55$  м/с, толщина слоя смеси  $h_{см} = 0,06$  м, тип смеси – В, температура смеси  $T = 110^\circ\text{C}$ , начальная плотность смеси  $\rho = 0,94$ , вязкость смеси  $\eta_2 = \eta_3 = \frac{\eta}{3} = 0,35$  МПа·с, время «быстрой»  $\theta_2 = 0,02$  с релаксации напряжений, время «медленной» релаксации напряжений  $\theta_3 = 5$  с, предел текучести смеси  $\sigma_T^y = 0,9$  МПа, коэффициенты  $n = 0,85$ ,  $m = 0,15$ .

Анализируя полученную зависимость (рис.4), можно заметить, что с каждым ударом (импульсом)

вальца, в смеси наблюдаются остаточные деформации ( $\Delta\varepsilon_1, \Delta\varepsilon_2$ ), что приводит к увеличению ее плотности. Определяя значения остаточных деформаций, можно находить коэффициенты уплотнения смеси на протяжении всего этапа уплотнения. Таким образом, появляется возможность следить за эффективностью процесса уплотнения вибрационным катком и определять наиболее рациональные режимы его работы.

#### Библиографический список

1. Пермяков В.Б. Исследование релаксации напряжений в асфальтобетонных смесях в процессе их уплотнения / В.Б. Пермяков // Известия вузов. Строительство и архитектура. – 1985. – № 5. – С.99 – 102.
2. Бауман В. А., Быховский И. И. Вибрационные машины и процессы в строительстве. М.: Высшая школа. - 1977. 354 с.
3. Пермяков В.Б. Влияние режимных параметров катков на интенсивность уплотнения асфальтобетонных смесей / В. Б. Пермяков, Беляев К. В. // Строительные и дорожные машины. – 2007. – № 1. – С.19 – 22.
4. Пермяков В.Б. Математическая модель процесса уплотнения асфальтобетонных смесей / В.Б. Пермяков, Беляев К.В. // Известия вузов. Строительство и архитектура. – 2005. – № 1. – С.110 – 116.
5. Пискунов Н.С. Дифференциальное и интегральное исчисление: т. 2.- М.: Наука. - 1972. – 544 с.
6. Пермяков В.Б., Дубков В.В. Аналитическое исследование изменения температуры поверхности асфальтобетонной смеси в процессе уплотнения // Известия вузов. Строительство. – 1999. – № 11. – С. 88-92.

**ПЕРМЯКОВ Владислав Борисович**, доктор технических наук, профессор, заведующий кафедрой «Эксплуатация дорожных машин».

**ДУБКОВ Валерий Витальевич**, кандидат технических наук, доцент кафедры «Эксплуатация дорожных машин».

**СЕРЕБРЕННИКОВ Виктор Сергеевич**, аспирант, кафедра «Эксплуатация дорожных машин».

Дата поступления статьи в редакцию: 30.04.2008 г.

© Пермяков В.Б., Дубков В.В., Серебрянников В.С.